



Problemas propuestos

Tipo I: Factoriales y números combinatorios

1> Opera las siguientes expresiones:

a) $\frac{12!}{10!}$; b) $5! \cdot 3!$; c) $\frac{102!}{8! \cdot 97!}$; d) $7! \cdot \frac{4!}{9!}$; e) $\frac{14!}{10! \cdot 4!}$

R: a) 132; b) 720; c) $\frac{1983135}{8}$; d) $1/3$; e) 1001

2> Calcula:

a) $\binom{15}{11}$; b) $\binom{6}{4}$; c) $\binom{7}{7}$; d) $\binom{6}{0}$

R: a) 1365; b) 15; c) 1; d) 1

3> Calcula:

a) $\binom{8}{7} - \binom{5}{3}$; b) $\frac{\binom{14}{8}}{\binom{13}{6}}$

R: a) -2; b) $7/4$

Comprueba que:

a) $\binom{15}{4} + \binom{15}{5} = \binom{16}{5}$; b) $P_6 \cdot C_{8,3} = P_8$

Calcula:

a) $V_{5,4}$; b) $\frac{V_{7,4}}{P_5}$; c) $\frac{C_{6,3} \cdot V_{10,3}}{P_8}$

R: a) 360; b) 7; c) $5/14$

Calcula el valor de $\binom{n}{1} + 2\binom{n}{2}$.

Aplicando el resultado del apartado a) halla:

$\binom{15}{1} + 2\binom{15}{2}$

R: a) n^2 ; b) 225

Resuelve las ecuaciones:

a) $V_{n,2} = 42$; b) $C_{n,2} = 36$; c) $V_{n,4} = 30 \cdot C_{n,5}$

R: a) 7; b) 9; c) 8

Resuelve:

a) $3C_{n,2} - 5C_{n,2} = 0$; b) $5C_{n+1,3} - \frac{V_{n,4}}{4} = 0$

R: a) 7; b) 8

9> Resuelve la ecuación: $4\binom{19}{n} = 19\binom{17}{n}$.

R: 10

Tipo II: Potencia de un binomio

10> Calcula, simplificando el resultado, las siguientes potencias:

a) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^6$; b) $(x+2y)^5$; c) $(x-3y)^3$;
d) $(1+\sqrt{3})^4$; e) $(x-x^2)^4$; f) $(2-x)^2$;
g) $(\sqrt{2}-1)^3$; h) $(2x^2-3y)^4$

R: a) $64x^6 - 96x^5 + 60x^4 - 20x^3 + \frac{15}{4}x^2 - \frac{3}{8}x + \frac{1}{64}$

b) $x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5$;

c) $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$; d) $28 + 16\sqrt{3}$;

e) $x^4 - 4x^5 + 6x^6 - 4x^7 + x^8$;

f) $128 - 448x + 672x^2 - 560x^3 + 280x^4 - 84x^5 + 14x^6 - x^7$; g) $5\sqrt{2} - 7$;

h) $16x^8 - 96x^6y + 216x^4y^2 - 216x^2y^3 + 81y^4$

11> a) Halla el término número 17 del desarrollo de:

$\left(3x - \frac{1}{3}y\right)^{21}$

b) El término 14° de $(x^2 - y^3)^{18}$

R: a) $\frac{2261}{19683}x^5y^{16}$; b) $-8568x^{10}y^{39}$

12> Demuestra que:

$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n$

(Sugerencia: Calcula $(1+1)^n$)

13> Aplicando el resultado del problema anterior halla la suma:

$C_{8,0} + C_{8,1} + C_{8,2} + C_{8,3} + C_{8,4} + C_{8,5} + C_{8,6} + C_{8,7} + C_{8,8}$

R: 256

14> ¿Cuántos subconjuntos diferentes tiene el conjunto $L = \{a, b, c, d, e, f\}$?

Nota: Debes incluir el conjunto vacío (\emptyset) y el conjunto total (L).

R: 64