CONTROL TEMA GEOMETRÍA ANALÍTICA 1º BACH A

1. Dado el triángulo de vértices A(-5,3), B(-6,8) y C(0,-2)
    a. Clasifícalo según sus lados
    b. Determina si es rectángulo
    c. Calcula las coordenadas de los puntos medios de los lados.
    d. Calcula el simétrico de A respecto de B. (2 puntos)
2. Dados los vectores $\vec{u}\,(-6{,}7)$, $\vec{v}\,(1,-1)$ y $\vec{w}(-6,k)$, $\quad calcula$:
    a. El producto escalar de $\vec{u} \cdot \vec{v}$
    b. Los módulos de $\vec{u}, \vec{v}$
    c. La proyección de $\vec{u}$ $sobre\ \vec{v}$
    d. El valor de k para que $\vec{u}$ $sea\ perpendicular\ a\ \vec{w}$
    e. El valor de k para que $\vec{v}$ $sea\ proporcional\ a\ \vec{w}$
    f. El ángulo que forman $\vec{u}\ y\ \vec{v}$
    g. Si k= --4, calcular --$2\vec{u} - 7(\,5\vec{v} - 3\,\vec{w})$
    h. Normaliza los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ (2 puntos)
3. Dados los vectores $\vec{u}(x,4)$ es perpendicular a $\vec{v}$= (12 , y) calcular x e y de modo que ambos vectores sean perpendiculares y que el módulo del vector $\vec{v}$ es 15 (1 punto)
4. A) Calcula el ángulo que forman las rectas

    $r: \begin{cases} x = 5 + 3\lambda \\ y = 7\lambda \end{cases}$ y $s: \frac{x+6}{-2} = \frac{y-2}{5}$

    B) Calcula la posición relativa y si son secantes, calcula el punto de intersección (1,25 puntos)

5. Determina la puntos de la recta r: 3x-2y-1=0 que están a 6 unidades de distancia del punto P(3,1) (1 punto)

6. Escribe todas las ecuaciones de la recta que sea perpendicular a r: -4x+3y+2=0 y que pase por el punto A(-1,2) (1,5 puntos)

7. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas r: x+3y-6=0 ;

    s: $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-2}$ y es paralela a la recta que pasa por los puntos (1,-1) y (-3,2) (1,25 puntos)

TEMA G. ANALÍTICA 1ºA

(1)

(2) a) $\vec{AB}\ (-1,5) \rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{26}$

$\vec{AC}\ (5,-5) \rightarrow |\vec{AC}| = \sqrt{50}$ Según los lados es escaleno.

$\vec{BC}\ (6,-10) \rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{136}$

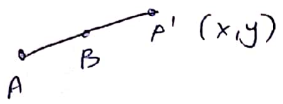
b) Como $|\vec{BC}|$ es el mayor sería la hipotenusa

$\vec{AB}\cdot\vec{AC} \overset{?}{=} 0 \Rightarrow (-1,5)(5,-5) = -30 \neq 0$ No es rectángulo.

c) $PM(\overline{AB}) = \left(-\frac{11}{2}, \frac{11}{2}\right)$

$PM(\overline{AC}) = \left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$PM(\overline{BC}) = (-3,3)$

d) 

$PM(\overline{AA'}) = B = (-6,8) = \left(\frac{-5+x}{2}, \frac{3+y}{2}\right)$

$\frac{-5+x}{2} = -6 \rightarrow x = -12+5 = -7$ $A'(-7,13)$

$\frac{3+y}{2} = 8 \rightarrow 3+y = 16 \rightarrow y = 13$

(2) $\vec{u}(-6,7),\ \vec{v}(1,-1),\ \vec{w}(-6,k)$

(2) a) $\vec{u}\cdot\vec{v} = (-6,7)(1,-1) = -13$

b) $|\vec{u}| = \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$

$|\vec{v}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

c) $Proy_{\vec{v}}\ \vec{u} = \frac{13}{\sqrt{2}} = \frac{13\sqrt{2}}{2}$

d) $\vec{u}\cdot\vec{w} = 0 \Rightarrow (-6,7)(-6,k) = 36+7k = 0 \rightarrow \boxed{k = -\frac{36}{7}}$

e) $(1,-1) = \alpha(-6,k) \Rightarrow \begin{cases} 1 = -6\alpha \\ -1 = k\alpha \end{cases}$ $\alpha = -\frac{1}{6}$; $-1 = -\frac{1}{6}\cdot k \rightarrow \boxed{k=6}$

f) $\cos\alpha = \frac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{13}{\sqrt{85}\cdot\sqrt{2}} \longrightarrow \alpha = 4{,}40°$

g) $-2\vec{u} - 7(5\vec{v} - 3\vec{w}) = -2(-6,7) - 7(5(1,-1) - 3(-6,-4)) =$

$= (12,-14) - 7((5,-5) + (18,12)) = (12,-14) - 7(23,7) = (-149,-63)$

h) $\|\vec{u}\| = \left(\frac{-6}{\sqrt{85}}, \frac{7}{\sqrt{85}}\right)$, $\|\vec{v}\| = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

(3) $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0 \rightarrow (x,4)(12,y) = 12x + 4y = 0$

(1) $|\vec{v}| = 15 \rightarrow \sqrt{12^2+y^2} = 15 \Rightarrow \sqrt{144+y^2} = 15 \rightarrow y^2 = 225-144 \rightarrow y = \pm 9.$

Si $y=9 \rightarrow 12x + 36 = 0 \rightarrow x = -3 \Rightarrow (-3,4),\ (12,9)$

Si $y=-9 \rightarrow 12x - 36 = 0 \rightarrow x = 3 \Rightarrow (3,4)\ \ (12,-9)$

(4) a) r: $\begin{cases} x = 5+3\lambda \\ y = 7\lambda \end{cases}$ s: $\frac{x+6}{-2} = \frac{y-2}{5}$

(1,25)

$\vec{v_r}(3,7)$

$\vec{v_s}(-2,5)$

$\cos(\widehat{\vec{v_r},\vec{v_s}}) = \frac{|(3,7)(-2,5)|}{\sqrt{9+49}\cdot\sqrt{4+25}} = \frac{29}{\sqrt{58}\cdot\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha = 45°$

b) Posición relativa

Como $\vec{v_r} \nparallel \vec{v_s} \Rightarrow$ Son secantes.

$\frac{x-5}{3} = \frac{y}{7} \Rightarrow 7x - 3y - 35 = 0$

$\frac{x+6}{-2} = \frac{y-2}{5} \Rightarrow 5x + 2y + 26 = 0$

$x = \frac{-8}{29}$

$y = -\frac{357}{29}$

Punto de intersección $\left(-\frac{8}{29}, \frac{-357}{29}\right)$

(5) r: $3x - 2y - 1 = 0$

(1) $\vec{v}_r = (2,3)$ $\begin{cases} x = 1+2\lambda \\ y = 1+3\lambda \end{cases}$ $R(1+2\lambda, 1+3\lambda)$

$P(3,1)$

$d(P,R) = 6$.

$d(P,R) = |\vec{PR}| = |(1+2\lambda-3, 1+3\lambda-1)| = |(2\lambda-2, 3\lambda)| =$

$= \sqrt{(2\lambda-2)^2 + (3\lambda)^2} = \sqrt{4\lambda^2 - 8\lambda + 4 + 9\lambda^2} = \sqrt{13\lambda^2 - 8\lambda + 4} = 6 \Rightarrow$

$13\lambda^2 - 8\lambda + 4 = 36 \Rightarrow 13\lambda^2 - 8\lambda - 32 = 0 \rightarrow \lambda_1 = \frac{4+12\sqrt{3}}{13} = 1,91$

$\lambda_2 = \frac{4-12\sqrt{13}}{13} = -1,29.$

$R_1\left(\frac{21+24\sqrt{3}}{13}, \frac{25+36\sqrt{3}}{13}\right) = (4,81; 6,72) = \left(\frac{241}{50}, \frac{673}{100}\right)$

$R_2\left(\frac{21-24\sqrt{3}}{13}, \frac{25-36\sqrt{3}}{13}\right) = (-1,58; -2,87)$ $\left(-\frac{79}{50}, -\frac{287}{100}\right)$

(6) r: $-4x + 3y + 2 = 0$ $\vec{v_r}(-3,-4) \perp \vec{v_s}(4,-3)$

(1,5) E. Vectorial $(x,y) = (-1,2) + \lambda(4,-3)$

E. Paramétrica $\begin{cases} x = -1+4\lambda \\ y = 2 - 3\lambda \end{cases}$

E. Continua $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-3}$

E. General $-3x - 3 = 4y - 8 \Rightarrow -3x - 4y + 5 = 0$

E. Explícita $y = \frac{-3x+5}{4}$

E. Punto Pendiente $y - 2 = -\frac{3}{4}(x+1)$

E. Normal, $y - 2 = \frac{4}{3}(x+1)$

(7) r: $x + 3y - 6 = 0$

(1,25) s: $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-2} \rightarrow -2x - 5y - 1 = 0$ $\begin{cases} x + 3y - 6 = 0 \\ -2x - 5y - 1 = 0 \end{cases}$ $Q(-33, 13)$

$A(1,-1)$, $B(-3,2) \rightarrow \vec{AB}(-4,3)$ Si es paralelo, tiene el mismo vector director.

t: $\frac{x+33}{-4} = \frac{y-13}{3}$; t: $\begin{cases} x = -33-4\lambda \\ y = 13+3\lambda \end{cases}$