TEMA 6. 1º BACH A

1. A) Calcula el ángulo que forman las siguientes rectas:

$$r: \begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -2 + 7t \end{cases} \qquad s: \frac{x-4}{-1} = \frac{y+4}{6}$$

B) Si son secantes, calcula el punto de intersección (1,5 puntos)

2. A) Halla el punto simétrico de A(-4,5) respecto de B(-7,3).
   b) Calcula el simétrico de B respecto de la recta -5x+2y -7=0.(2 puntos)

3. Un triángulo rectángulo en B tiene dos vértices en los puntos A(-1,-3) y B(-5,0). Halla el vértice C sabiendo que está situado en la recta -6x-2y+3=0.(1 punto)

4. Determina la puntos de la recta r: 4x-3y+9=0 que están a 3 unidades de distancia del punto P(-1,2) (1,5 puntos)

5. Determina los valores de a para que las rectas r: 2x -5y=3 y s: 4x + ay +7=5 sean paralelas.(1 punto)

6. Escribe todas las ecuaciones de la recta que sea perpendicular a r: 4x-3y+2=0 y que pase por el punto A(-2,3) (2 puntos)

7. Calcula la ecuación de la mediatriz del segmento determinado por los puntos A(-4,-1) y B(- 3,0) (1 punto)

TEMA 6. 1°A

① a) $r: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \end{cases}$ $\quad s: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+3}{8}$

1,5

$\vec{v_r}(-2,4)$, $\vec{v_s}(2,8)$

$\cos\alpha = \dfrac{|(-2,4)(2,8)|}{\sqrt{(-2)^2+4^2}\ \sqrt{2^2+8^2}} = \dfrac{28}{\sqrt{20}\cdot\sqrt{68}}$ $\quad \alpha = 40{,}60°$

b) $(-2,4) \neq (2,8)$ No son proporcionales. Luego, las rectas son secantes

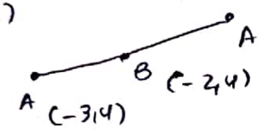
$\dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y+1}{4} \to r: 4x + 2y - 10 = 0$ $\quad \dfrac{4}{8} \neq \dfrac{2}{-2}$ SECANTES

$\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+3}{8} \to s: 8x - 2y - 22 = 0$

$\left.\begin{matrix} 4x + 2y - 10 = 0 \\ 8x - 2y - 22 = 0 \end{matrix}\right\}$ $x = \dfrac{8}{3}$ $\quad y = \dfrac{-1}{3}$ $\quad \left(\dfrac{8}{3}, \dfrac{-1}{3}\right)$

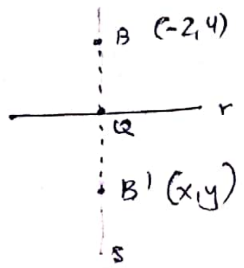
② a)

(2)



$(-2,4) = \left(\dfrac{-3+x}{2}, \dfrac{4+y}{2}\right) \to \begin{matrix} x = -1 \\ y = 4 \end{matrix}$ $\quad A'(-1,4)$

b)



$r: 2x - 3y + 2 = 0$

Calculamos la perpendicular a r que pase por B

$\vec{v_r}(3,2) \perp \vec{v_s}(-2,3)$

$s: 3x + 2y + C = 0$ pase por B

$3\cdot(-2) + 2\cdot 4 + C = 0 \to C = -2$

$s: 3x + 2y - 2 = 0$

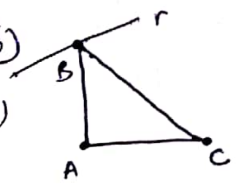
Calculamos Q que es el punto de corte de r y s

$\left.\begin{matrix} r: 2x - 3y + 2 = 0 \\ s: 3x + 2y - 2 = 0 \end{matrix}\right\}$ $x = \dfrac{2}{13}$ $\quad y = \dfrac{10}{13}$ $\quad Q\left(\dfrac{2}{13}, \dfrac{10}{13}\right)$

$\left(\dfrac{2}{13}, \dfrac{10}{13}\right) = \left(\dfrac{-2+x}{2}, \dfrac{4+y}{2}\right) \to x = \dfrac{30}{13}, \ y = -\dfrac{32}{13}$ $\quad B'\left(\dfrac{30}{13}, \dfrac{-32}{13}\right)$

③

(1)



$r: 2x + y + 2 = 0 \to \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = 2\lambda \end{cases}$ $\quad B(-1-\lambda, 2\lambda)$

$\vec{v_r}(-1,2)$

$R(-1,0)$

Si es rectángulo en A $\to \vec{AB}\cdot\vec{AC} = 0$

$\vec{AC}(3-1, 0-3) = (2,-3)$

$\vec{AB}(-1-\lambda-1, 2\lambda-3) = (-2-\lambda, 2\lambda-3)$

$(2,-3)(-2-\lambda, 2\lambda-3) = -4 - 2\lambda - 6\lambda + 9 = -8\lambda + 5 = 0 \to \lambda = \dfrac{5}{8}$

$B\left(-1-\dfrac{5}{8}, 2\cdot\dfrac{5}{8}\right) = \left(-\dfrac{13}{8}, \dfrac{10}{8}\right)$

④ $r: 6x+8y-7=0$ $P(1,1)$

1,5 $\vec{v_r}(-8,6)$ $r: \begin{cases} x=-8\lambda \\ y=\frac{7}{8}+6\lambda \end{cases}$ $R\left(-8\lambda, \frac{7}{8}+6\lambda\right)$

$R\left(0, \frac{7}{8}\right)$

$d(\vec{PR})=2 \Rightarrow |\vec{PR}|=2$

$\vec{PR}\left(-8\lambda-1, \frac{7}{8}+6\lambda-1\right) = \left(-8\lambda-1, -\frac{1}{8}+6\lambda\right)$

$\sqrt{(-8\lambda-1)^2+\left(-\frac{1}{8}+6\lambda\right)^2} = 2 \rightarrow 64\lambda^2+16\lambda+1+\frac{1}{64}+\frac{12}{8}\lambda+36\lambda^2=4$

$100\lambda^2+\frac{35}{2}\lambda-\frac{191}{64}=0$ $\lambda_1=0{,}11 \rightarrow \left(-\frac{22}{25}, \frac{307}{200}\right) R_1$

$\lambda_2=-0{,}28 \rightarrow \left(\frac{56}{25}, -\frac{161}{200}\right) R_2$

⑤ $r: x-2y-2=0$ Son paralelas si $\frac{1}{2}=-\frac{2}{a} \neq -\frac{2}{0}$

(1) $s: 2x+ay=0$ $a=-4$

Si $a=-4$ paralelas

⑥ $r: 3x+2y-1=0 \rightarrow \vec{v_r}(-2,3) \perp \vec{v_s}(-3,-2)$

(2) $s: -2x+3y+C=0$ $\Big\{ -2\cdot(-1)+3\cdot2+C=0 \rightarrow C=-8$ $s: -2x+3y-8=0$

$A(-1,2)\in s$

E.V $(x,y)=(-1,2)+\lambda(-3,-2)$

EP $\begin{cases} x=-1-3\lambda \\ y=2-2\lambda \end{cases}$

EC $\frac{x+1}{-3}=\frac{y-2}{-2}$

EG $-2x+3y-8=0$

EE $y=\frac{2x+8}{3}$

EPP $y-2=\frac{2}{3}(x+1)$

⑦ $d(A,P)=d(B,P)$ $P(x,y)$

(1) $\vec{AP}=(x+5, y-2)$ $\sqrt{(x+5)^2+(y-2)^2} = \sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2}$

$\vec{BP}=(x-3, y-4)$ $\cancel{x^2}+10x+25+\cancel{y^2}-4y+4=\cancel{x^2}-6x+9+\cancel{y^2}-8y+16$

$16x+4y+4=0$

Mediatriz $4x+y+1=0$

TEMA 6. 1º BACH A

1. A) Calcula el ángulo que forman las siguientes rectas:

$$r: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \end{cases} \qquad s: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{8}$$

B) Si son secantes, calcula el punto de intersección (1,5 puntos)

2. A) Halla el punto simétrico de A(-3,4) respecto de B(-2,4).

   C) Calcula el simétrico de B respecto de la recta 2x-3y +2=0.(2 puntos)

3. Un triángulo rectángulo en A tiene dos vértices en los puntos A(1,3) y C(3,0). Halla el vértice B sabiendo que está situado en la recta 2x+y+2=0.(1 punto)

4. Determina la puntos de la recta r: 6x+8y-7=0 que están a 2 unidades de distancia del punto P(1,1) (1,5 puntos)

5. Determina los valores de a para que las rectas r: x -2y=2 y s: 2x + ay +5=5 sean paralelas.(1 punto)

6. Escribe todas las ecuaciones de la recta que sea perpendicular a r: 3x+2y-1=0 y que pase por el punto A(-1,2) (2 puntos)

7. Calcula la ecuación de la mediatriz del segmento determinado por los puntos A(-5,2) y B(3,4) (1 punto)

TEMA 6. 1ºA

① (1,5) a) $r: \begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -2 + 7t \end{cases}$ $\qquad s: \frac{x-4}{-1} = \frac{y+4}{6}$

$\vec{v_r}(-3,7)$, $\vec{v_s}(-1,6)$

$\cos\alpha = \frac{|(-3,7)(-1,6)|}{\sqrt{9+49}\,\sqrt{1+36}} = \frac{|3+42|}{\sqrt{58}\,\sqrt{37}} = 0{,}9714 \rightarrow \alpha = 13{,}74^\circ$

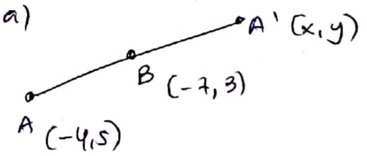
b) $(-3,7) \neq (-1,6)$ No son proporcionales. Luego, las rectas son secantes

$\frac{x-4}{-3} = \frac{y+2}{7} \rightarrow r: 7x+3y-22=0$ $\qquad \frac{7}{6} \neq \frac{3}{1}$ secantes

$\frac{x-4}{-1} = \frac{y+4}{6} \rightarrow s: 6x+y-20=0$

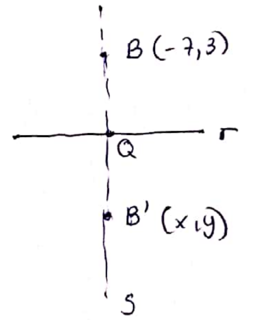
$\begin{cases} 7x+3y-22=0 \\ 6x+y-20=0 \end{cases}$ $\quad x = \frac{38}{11} \quad y = -\frac{8}{11}$ $\qquad \left(\frac{38}{11}, \frac{-8}{11}\right)$

② a)
(2)



$(-7,3) = \left(\frac{-4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right) \Rightarrow \begin{matrix} x = -10 \\ y = 1 \end{matrix}$ $\qquad A'(-10,1)$

b)



$r: -5x+2y-7=0$

Calculamos la perpendicular a r que pasa por B.

$\vec{v_r}(-2,-5) \perp \vec{v_s}(5,-2)$

$s: -2x-5y+C=0$ pasa por B

$-2(-7)-5\cdot 3+C=0 \Rightarrow C=1$

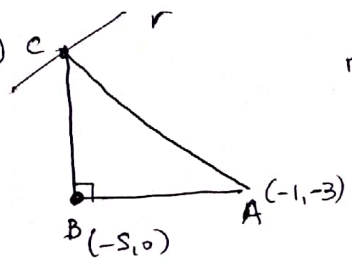
$s: -2x-5y+1=0$

Calculamos Q es el punto de corte de r y s

$\begin{cases} r: -5x+2y-7=0 \\ s: -2x-5y+1=0 \end{cases}$ $\quad x = -\frac{33}{29} \quad y = \frac{19}{29}$ $\qquad Q\left(-\frac{33}{29}, \frac{19}{29}\right)$

$\left(-\frac{33}{29}, \frac{19}{29}\right) = \left(\frac{-7+x}{2}, \frac{3+y}{2}\right) \rightarrow x = \frac{137}{29} \quad y = -\frac{49}{29}$ $\qquad B'\left(\frac{137}{29}, -\frac{49}{29}\right)$

③
(1)



$r: -6x-2y+3=0$ $\Rightarrow r: \begin{cases} x = \frac{1}{2}+2\lambda \\ y = 0-6\lambda \end{cases}$ $\qquad C\left(\frac{1}{2}+2\lambda, -6\lambda\right)$

$\vec{v_r}(2,-6)$

$R\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

Si es rectángulo en B $\rightarrow \vec{BC} \cdot \vec{BA} = 0$

$\vec{BC} = \left(\frac{1}{2}+2\lambda+5, -6\lambda\right) = \left(\frac{11}{2}+2\lambda, -6\lambda\right)$

$\vec{BA} = (-1+5, -3-0) = (4,-3)$

$(4,-3)\left(\frac{11}{2}+2\lambda, -6\lambda\right) = 22+8\lambda+18\lambda = 22+26\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{-22}{26} = -\frac{11}{13}$

$C\left(\frac{1}{2}-\frac{22}{13}, \frac{66}{13}\right) = \left(\frac{-31}{26}, \frac{66}{13}\right)$

(4) $r: 4x - 3y + 9 = 0$ $\quad P(-1, 2)$
(1,5)

$\vec{v_r}\,(3, 4)$ $\quad r: \begin{cases} x = 3\lambda \\ y = 3 + 4\lambda \end{cases}$ $\quad R(3\lambda, 3 + 4\lambda)$

$R(0, 3)$

$d(\vec{PR}) = 3 \Rightarrow |\vec{PR}| = 3$

$\vec{PR} = (3\lambda + 1, 3 + 4\lambda - 2) = (3\lambda + 1, 4\lambda + 1)$

$\sqrt{(3\lambda+1)^2 + (4\lambda+1)^2} = 3 \longrightarrow 9\lambda^2 + 6\lambda + 1 + 16\lambda^2 + 8\lambda + 1 = 9$

$25\lambda^2 + 14\lambda - 7 = 0 \longrightarrow \lambda_1 = 0{,}32 \longrightarrow \left(\frac{49}{25}, \frac{57}{25}\right) R_1$

$\lambda_2 = -0{,}88 \longrightarrow \left(-\frac{41}{25}, -\frac{63}{25}\right) R_2$

(5) $\left.\begin{array}{l} r: 2x - 5y - 3 = 0 \\ s: 4x + ay + 2 = 0 \end{array}\right\}$ Son paralelas si $\frac{2}{4} = \frac{-5}{a} \neq \frac{-3}{2}$
(1)

$2a = -20 \rightarrow a = -10$

Si $a = -10$ paralelas

(6) $r: 4x - 3y + 2 = 0 \longrightarrow \vec{v_r}\,(3, 4) \perp \vec{v_s}\,(-4, 3)$
(2)

$\left.\begin{array}{l} s: 3x + 4y + C = 0 \\ A(-2, 3) \in s \end{array}\right\}$ $3\cdot(-2) + 4\cdot 3 + C = 0 \rightarrow -6 + 12 + C = 0 \rightarrow C = -6$

$s: 3x + 4y - 6 = 0$

EV $(x, y) = (-2, 3) + \lambda(-4, 3)$

EP $\left.\begin{array}{l} x = -2 - 4\lambda \\ y = 3 + 3\lambda \end{array}\right\}$

EC $\frac{x+2}{-4} = \frac{y-3}{3}$

EG $3x + 4y - 6 = 0$

EE $y = \frac{-3x + 6}{4}$

EPP $y - 3 = -\frac{3}{4}(x + 2)$

(7) $d(A, P) = d(B, P)$ $\quad P(x, y)$ $\quad A(-4, -1)$, $B(-3, 0)$
(1)

$\vec{AP} = (x + 4, y + 1)$

$\vec{BP} = (x + 3, y)$

$\sqrt{(x+4)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2}$

$\cancel{x^2} + 8x + 16 + \cancel{y^2} + 2y + 1 = \cancel{x^2} + 6x + 9 + \cancel{y^2}$

$2x + 2y + 8 = 0$

Mediatriz $x + y + 4 = 0$