

7. Análisis de funciones trigonométricas

■ Piensa y calcula

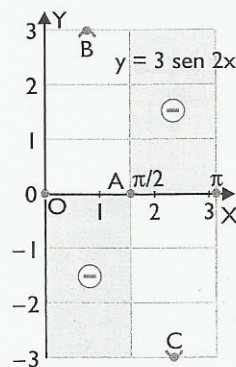
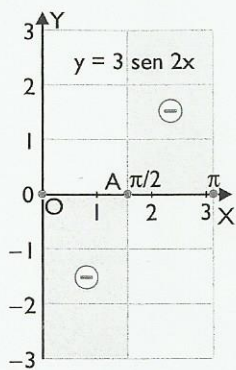
Halla mentalmente el período de la función $y = 3 \operatorname{sen} 2x$

Período de las funciones trigonométricas

$$y = \operatorname{sen} kx \Rightarrow \text{período} = 2\pi/k$$

$$y = \operatorname{cos} kx \Rightarrow \text{período} = 2\pi/k$$

$$y = \operatorname{tg} kx \Rightarrow \text{período} = \pi/k$$



7.1. Modelo de función trigonométrica

6 Ejercicio resuelto

Analiza y representa la función $y = 3 \operatorname{sen} 2x$

Derivadas: $y' = 6 \operatorname{cos} 2x$, $y'' = -12 \operatorname{sen} 2x$, $y''' = -24 \operatorname{cos} 2x$

1. Tipo de función: trigonométrica.

2. Dominio: las funciones seno y coseno están definidas en todos los números reales \mathbb{R}

$$\operatorname{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

3. Continuidad: el seno y coseno son continuas en toda la recta real \mathbb{R}

4. Periodicidad: es periódica, de período $2\pi/2 = \pi$

Solo la estudiaremos en el primer período positivo $[0, \pi)$

5. Simetrías: $f(-x) = 3 \operatorname{sen}(-2x) = -3 \operatorname{sen} 2x$

Se observa que $f(-x) = -f(x) \Rightarrow$ función impar \Rightarrow simétrica respecto del origen de coordenadas $O(0, 0)$

6. Asíntotas:

- Verticales: no tiene.
- Horizontales: no tiene.
- Oblicuas: no tiene.

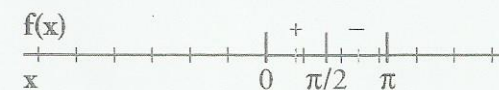
7. Corte con los ejes:

Eje X: $3 \operatorname{sen} 2x = 0 \Rightarrow \operatorname{sen} 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \pi/2$, raíces simples. Se obtienen los puntos $O(0, 0)$; $A(\pi/2, 0)$

Eje Y: $O(0, 0)$

Signo:

Si $x = \pi/4 \Rightarrow f(\pi/4) = 3 \cdot \operatorname{sen}(2\pi/4) = 3 \operatorname{sen} \pi/2 = 3 > 0 (+)$



8. Máximos y mínimos relativos:

$$f'(x) = 6 \operatorname{cos} 2x \Rightarrow \operatorname{cos} 2x = 0 \Rightarrow$$

$$2x = \pi/2 \Rightarrow x = \pi/4 \text{ raíz simple.}$$

$$2x = 3\pi/2 \Rightarrow x = 3\pi/4 \text{ raíz simple.}$$

$$f(x) = 3 \operatorname{sen} 2x \Rightarrow f(\pi/4) = 3 \operatorname{sen} \pi/2 = 3 \Rightarrow B(\pi/4, 3)$$

$$f(3\pi/4) = 3 \operatorname{sen} 3\pi/2 = -3 \Rightarrow C(3\pi/4, -3)$$

$$f''(x) = -12 \operatorname{sen} 2x \Rightarrow$$

$$f''(\pi/4) = -12 \operatorname{sen} \pi/2 = -12 < 0 (-) \Rightarrow B(\pi/4, 3), \text{ máximo relativo.}$$

$$f''(3\pi/4) = -12 \operatorname{sen} 3\pi/2 = 12 > 0 (+) \Rightarrow C(3\pi/4, -3), \text{ mínimo relativo.}$$