

TEMA 7 2º BACHILLERATO B

1. Halla las dimensiones de una ventana rectangular de 6 metros de perímetro para que tenga la máxima superficie posible, y así, produzca la máxima luminosidad.

2. Un almacenista de frutas ha estimado que el beneficio que le produce cada kilogramo de fresas depende del precio de venta, de acuerdo con la siguiente función:

$$B(x) = 2x - x^2 - 0,84$$

Siendo $B(x)$ el beneficio por kilogramo, expresado en euros, y x el precio de cada kilogramo también en euros.

- ¿Entre qué precios por kilogramo se producen beneficios para el almacenista?
- ¿Qué precio por kilogramo maximiza los beneficios para este?
- Si tiene en el almacén 10000 kilogramos de fresa, ¿cuál será el beneficio total máximo que podrá obtener?

3. Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Calcula a, b, c , sabiendo que pasa por el punto $(-1, 4)$. Tiene un punto de inflexión en $x = -2$. Además, la recta tangente en $x = 2$ es paralela a la recta $3x - y = 2$.

4. Sea la función $f(x) = \frac{2x^2 - 5}{x + 2}$. Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal en el punto de abscisa -1 .

5. Sea la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 3}$, calcula la monotonía, la curvatura, los máximos y mínimos, y los puntos de inflexión.

① $2x + 2y = 6 \quad y = \frac{6-2x}{2} = 3-x$

$A(x) = x(3-x) = 3x - x^2$

$A'(x) = 3 - 2x = 0 \quad x = \frac{3}{2}$

$(0, \frac{3}{2}) \quad A'(x) > 0 \quad \text{Crec} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{Max} \left(\frac{3}{2} \right)$
 $(\frac{3}{2}, +\infty) \quad A'(x) < 0 \quad \text{Dec}$

cuadrada de 1,5 m de lado

② $B(x) = 2x - x^2 - 0,84$

a) $B'(x) = 2 - 2x = 0 \quad x = 1$

$(0, 1) \quad B'(x) > 0 \quad \text{Crec} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{Max} (1, 0,16)$

$(1, +\infty) \quad B'(x) < 0 \quad \text{Dec}$

$2x - x^2 - 0,84 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{7}{5} \approx 1,4 \\ x = \frac{3}{5} = 0,6 \end{array} \right.$

Entre (0,6 y 1,4)

b) 1 €

c) $B(1) = 2 - 1 - 0,84 = 0,16$ por kilo $\Rightarrow 0,16 \cdot 10000 = 16000 \text{ €}$

③ $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$f''(x) = 6x + 2a$

$f(-1) = 4$

$f''(-2) = 0$

$f'(2) = 3$

$-1 + a - b + c = 4$

$-12 + 2a = 0$

$12 + 4a + b = 3$

$-1 + 10 + 33 + c = 4$

$\rightarrow \boxed{a=6}$

$12 + 24 + b = 3$

$\boxed{b=-33}$

$\boxed{c=-34}$

④ $f'(x) = \frac{4x(x+2) - (2x^2-5)}{(x+2)^2} \Rightarrow f'(-1) = \frac{-4 \cdot 1 - (2-5)}{1^2} = \frac{-4+3}{1} = -1$

$f''(x) = \frac{2x^2+8x+5}{(x+2)^2} \quad f(-1) = \frac{2-5}{-1+2} = \frac{-3}{1} = -3$

R.T. $y+3 = -1(x+1) \rightarrow y = -x-4$

RN $y+3 = 1(x+1) \rightarrow y = x-2$

⑤ $f'(x) = \frac{2x(x+3) - (x^2-4)}{(x+3)^2} = \frac{2x^2+6x-x^2+4}{(x+3)^2} = \frac{x^2+6x+4}{(x+3)^2} = 0$

$\left\{ \begin{array}{l} x = -0,76 \\ x = -5,24 \end{array} \right.$

$(-\infty, -5,24) \quad f'(x) > 0 \quad \text{Crec} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{Max} (-5,24; -10,47)$
 $(-5,24, -3) \quad f'(x) \leq 0 \quad \text{Dec}$
 $(-3, -0,76) \quad f'(x) < 0 \quad \text{Dec} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{Min} (-0,76; -0,91)$
 $(-0,76, +\infty) \quad f'(x) > 0 \quad \text{Crec}$

$f''(x) = \frac{(2x+6)(x+3)^2 - (x^2+6x+4) \cdot 2(x+3)}{(x+3)^4} = \frac{2x^2+6x+6x+18-2x^2-12x-8}{(x+3)^3} = \frac{10}{(x+3)^3}$

$(-\infty, -3) \quad f''(x) < 0 \quad \cap \quad \geq \text{PI} (-3, \dots)$
 $(-3, +\infty) \quad f''(x) > 0 \quad \cup$