

54. Obtén las integrales de las siguientes funciones exponenciales.

- a) $\int e^{x-2} dx$ e) $\int e^{2x+3} dx$
 b) $\int (e^x + 1) dx$ f) $\int (2e^x - 3x^2) dx$
 c) $\int (e^{2x} + 2^x) dx$ g) $\int \left(5e^{\frac{x}{2}} + 2 \cdot 3^x\right) dx$
 d) $\int \left(x e^{x^2} + \frac{4}{3} x^3\right) dx$ h) $\int (x \cdot 2^{x^2+2x} + 2^{x^2+2x}) dx$

55. Calcula las integrales de estas funciones.

- a) $\int \cos 2x dx$ f) $\int \frac{7}{\sin^2 3x} dx$
 b) $\int 4 \sin(x + \pi) dx$ g) $\int \frac{5}{\cos^2 \frac{x}{3}} dx$
 c) $\int 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{3}\right) dx$ h) $\int \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} dx$
 d) $\int 5 \sin(2x - \pi) dx$ i) $\int \frac{3}{x^2+1} dx$
 e) $\int 3 \sec^2 \frac{1}{5} x dx$ j) $\int \frac{1}{(3x)^2+1} dx$

56. Comprueba si son ciertas las siguientes afirmaciones con algunos ejemplos.

- a) La integral de un producto de funciones no coincide con el producto de integrales.
 b) La integral de un cociente de funciones no coincide con el cociente de integrales.

57. Resuelve estas integrales.

- a) $\int \frac{2x}{x^2+1} dx$ j) $\int 6x e^{3x^2} dx$
 b) $\int \frac{8x-3}{4x^2-3x+1} dx$ k) $\int (3x^2+1)e^{x^2+x} dx$
 c) $\int \frac{6x^2+1}{2x^3+x-9} dx$ l) $\int (12x^2-6x)e^{4x^3-3x^2+7} dx$
 d) $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx$ m) $\int x e^{7x^2} dx$
 e) $\int \cot g x dx$ n) $\int \frac{-2}{4+x^2} dx$
 f) $\int 3x^2 \sin x^3 dx$ ñ) $\int \frac{-2}{\sqrt{3-x^2}} dx$
 g) $\int (2x+1) \sin(x^2+x+5) dx$ o) $\int x^3 e^{x^2} dx$
 h) $\int 6x \cos(3x^2-5) dx$ p) $\int \left(\frac{x+\ln x}{x}\right) dx$
 i) $\int \left(\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2}\right) dx$ q) $\int \left(\frac{1}{x^2+1} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x}\right) dx$

58. Realiza estas integrales.

- a) $\int \frac{x}{x^2-3} dx$ f) $\int \frac{2 \cos x}{3 + \sin x} dx$
 b) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^4+3}} dx$ g) $\int \frac{x}{x^2+2^4} dx$
 c) $\int \frac{\sin x}{1-\cos x} dx$ h) $\int \frac{x}{\sqrt{1+3x^2}} dx$
 d) $\int \frac{3+x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ i) $\int \frac{x-1}{x^2+1} dx$
 e) $\int \frac{2x + \sqrt{x}}{x^2} dx$ j) $\int \frac{8}{x^2+4} dx$

59. La gráfica de una función pasa por el punto A(0, 1). Si su derivada es $f'(x) = (x+1)(x^2+2x+6)$, ¿cuál es la expresión algebraica de la función?

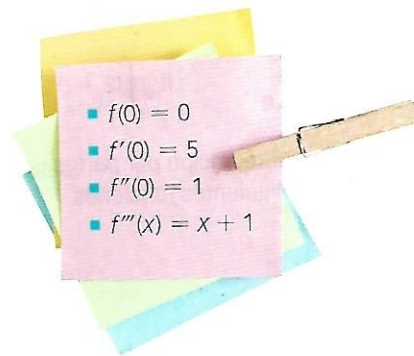
60. Una función $y = f(x)$, con $x > -1$, tiene por derivada: $y' = \frac{a}{1+x}$, donde a es una constante. Determina la función si, además, sabemos que $f(0) = 1$ y $f(1) = -1$.

61. Encuentra la primitiva de la función $f(x) = \frac{-x}{1-x^2}$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas A($\sqrt{2}$, 3).

62. Calcula una función real $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que:

- Tiene un punto de inflexión en el origen de coordenadas.
- La recta tangente en el origen de coordenadas es $y = 5x$.
- Verifica la condición $f'''(x) = 24x - 6$.

63. Halla la expresión algebraica de una función que cumple las siguientes condiciones:



64. Calcula la primitiva de la función:

$$f(x) = \frac{1 - \sin x}{2x + 2 \cos x}$$

sabiendo que pasa por el punto P(0, 2).

65. Halla la ecuación de una función cuya gráfica pasa por los puntos A(0, 1) y B($\frac{\pi}{2}$, π) y su derivada segunda es $f''(x) = \sin x$.

66. La derivada segunda de una función es $f''(x) = 6x + 2$. Obtén su expresión algebraica sabiendo que tiene un mínimo relativo en el punto A(1, 3).

ACTIVIDADES

67. Dada la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 + \cos x + 2 \cdot e^{2x}}{x^2 + \operatorname{sen} x + e^{2x}}$$

- Determina la primitiva que pasa por el punto $A(0, -5)$.
- ¿Alguna primitiva de esta función pasa por el origen de coordenadas?
- ¿Y por el punto $B(0, 1)$?

68. De una función derivable se sabe que pasa por el punto $(-1, -4)$ y que su derivada es:

$$f'(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- Halla la expresión de $f(x)$.
- Determina la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$.

Integración por partes

69. Calcula estas integrales por partes.

- | | |
|--|---|
| a) $\int x^3 \ln x \, dx$ | g) $\int x^2 \operatorname{sen} 2x \, dx$ |
| b) $\int \ln(2x + 1) \, dx$ | h) $\int (2x + 3) e^{2x} \, dx$ |
| c) $\int e^{-x} \operatorname{sen} 2x \, dx$ | i) $\int \frac{x}{e^x} \, dx$ |
| d) $\int \operatorname{arc} \operatorname{tg} x \, dx$ | j) $\int (x^2 - 5) \cos x \, dx$ |
| e) $\int \frac{\ln x}{x} \, dx$ | k) $\int (2x^2 + x - 2) e^{3x} \, dx$ |
| f) $\int x \operatorname{sen} 2x \, dx$ | l) $\int (2 + e^{2x}) \cos(x + 1) \, dx$ |

70. Utiliza el método de integración por partes para calcular las integrales de las siguientes funciones

- $f(x) = \ln x^2$
- $f(x) = \ln x^3$
- $f(x) = \ln x^4$
- $f(x) = \ln x^5$
- $f(x) = \ln x^n$, donde n es un número entero.

71. Calcula las siguientes integrales.

- | | |
|---|--|
| a) $\int x^2 \cdot e^{3x} \, dx$ | e) $\int x \cdot 2^x \, dx$ |
| b) $\int \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x \, dx$ | f) $\int x \cdot \ln^2 x \, dx$ |
| c) $\int \frac{\ln x}{x^3} \, dx$ | g) $\int \operatorname{arc} \operatorname{sen} x \, dx$ |
| d) $\int x \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg}(x+1) \, dx$ | h) $\int \frac{x \cdot \operatorname{arc} \operatorname{sen} x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$ |

72. Efectúa los cálculos necesarios para obtener el valor de estas integrales.

- | | |
|-------------------------------------|--|
| a) $\int \sqrt[3]{x} \ln x \, dx$ | d) $\int \ln(1+x^2) \, dx$ |
| b) $\int (x^2 + 3x) e^{-x+7} \, dx$ | e) $\int x^2 \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} x \, dx$ |
| c) $\int e^x \cos(3x) \, dx$ | f) $\int \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt[3]{x}} \ln x \, dx$ |

73. Aplica el método de integración por partes y resuelve la siguiente integral.

$$\int x \cdot \operatorname{sen}(2x+1) \cdot \cos(2x-1) \, dx$$

74. La derivada de la función $f(x)$ es $f'(x) = x^2 \cdot \operatorname{sen} x$. Halla la expresión algebraica de $f(x)$ sabiendo que corta al eje de ordenadas en el valor $y = 1$.

75. Encuentra la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que verifica las condiciones siguientes.

- $f(e) = \frac{e}{2}$
- $f'(1) = 0$
- $f''(x) = 2x \cdot \ln x$

76. Calcula el valor de a para que una primitiva de la función $f(x) = ax^2 + x \cdot \cos x + 1$ pase por el punto $P(\pi, \pi)$.

77. En cada uno de los siguientes casos, obtén una función $f(x)$ que cumpla las condiciones que se señalan:

- $f'(x) = x^2 \operatorname{sen} x, f(0) = -1$
- $f'(x) = x \ln x, f(1) = \frac{1}{2}$

78. Halla la expresión de la familia de funciones tales que la pendiente de las rectas tangentes a sus gráficas en cualquier punto viene dada por $m = (2x + 3) e^{2x}$. Determina, entre todas ellas, la que pasa por el punto $(0, 1)$.

79. Encuentra la primitiva de la función $f(x) = \frac{3}{1+x^2}$ que pasa por el punto $P\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$.

Integrales de funciones racionales

80. Calcula las siguientes integrales.

- | | |
|--|------------------------------------|
| a) $\int \frac{3}{x^2 - 3x + 2} \, dx$ | c) $\int \frac{x-3}{x^2-4} \, dx$ |
| b) $\int \frac{2-x}{x^2+3x} \, dx$ | d) $\int \frac{x}{x^2+6x+5} \, dx$ |

81. Integra las siguientes funciones racionales.

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $f(x) = \frac{3}{x^2 - 2x + 1}$ | c) $h(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 1}$ |
| b) $g(x) = \frac{x+2}{x^2 - 2x + 1}$ | d) $i(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2x + 1}$ |

82. Realiza estas integrales de funciones racionales.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int \frac{2}{x^3 + x^2} dx & \text{c) } \int \frac{x+2}{x^3 - x^2 - x + 1} dx \\ \text{b) } \int \frac{1+x^2}{3x^2 - x^3} dx & \text{d) } \int \frac{1+x^3}{x^3 - 2x^2} dx \end{array}$$

83. Calcula estas integrales.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \int \frac{2}{x^4 - x^2} dx \\ \text{b) } \int \frac{x+1}{4x^2 - x^4} dx \\ \text{c) } \int \frac{x+6}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2} dx \end{array}$$

84. Realiza estas integrales indefinidas.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \int \frac{2}{x^3 + x} dx \\ \text{b) } \int \frac{x+2}{x^3 + x^2 + x + 1} dx \\ \text{c) } \int \frac{x+3}{4x^3 - 4x^2 + x - 1} dx \\ \text{d) } \int \frac{1}{(x-2)^2(x^2+2)} dx \\ \text{e) } \int \frac{3x^2+1}{x^4-1} dx \\ \text{f) } \int \frac{x^2+x+1}{x^3-x^2-x+1} dx \\ \text{g) } \int \frac{x^2+1}{(x-1)^3} dx \end{array}$$

85. Calcula las siguientes integrales de funciones racionales.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int \frac{x+3}{x-1} dx & \text{e) } \int \frac{x-2}{x^2-x} dx \\ \text{b) } \int \frac{2x+3}{2x+1} dx & \text{f) } \int \frac{x+2}{x^2-1} dx \\ \text{c) } \int \frac{3}{x^2+x-2} dx & \text{g) } \int \frac{1}{x^2+9} dx \\ \text{d) } \int \frac{5x-1}{x^2-1} dx & \text{h) } \int \frac{12}{x^3+4x^2+x-6} dx \end{array}$$

86. Halla estas integrales de funciones racionales.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int \frac{1}{x^2-5x+6} dx & \text{f) } \int \frac{x}{x^4+1} dx \\ \text{b) } \int \frac{x-2}{x^2+2x-3} dx & \text{g) } \int \frac{x^4-x^3-x-1}{x^3-x^2} dx \\ \text{c) } \int \frac{x-4}{x^2+2x-3} dx & \text{h) } \int \frac{x^3}{(x+1)^4} dx \\ \text{d) } \int \frac{2x+8}{x^2-4} dx & \text{i) } \int \frac{2x+5}{(x+3)^3} dx \\ \text{e) } \int \frac{x^2}{x-4} dx & \text{j) } \int \frac{2x}{(x+1)^2} dx \end{array}$$

87. Calcula las siguientes integrales.

$$\begin{array}{ll} \times \text{ a) } \int \frac{4x^3+2x-1}{2x+1} dx & \text{c) } \int \frac{x^3}{x^2+4x-5} dx \\ \gamma \text{ b) } \int \frac{-x^2+x-1}{3-x} dx & \text{d) } \int \frac{x^3-x+6}{x^2+5x+4} dx \end{array}$$

Integración por cambio de variable

88. Integra mediante un cambio de variable.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int x^2 \cdot \sqrt{x^3+3} dx & \text{c) } \int \frac{2}{x \cdot \ln x} dx \\ \text{b) } \int x^3 \cdot e^{x^4+1} dx & \text{d) } \int \frac{\ln x^2}{x} dx \end{array}$$

89. Realiza estas integrales con un cambio de variable.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int \frac{e^{\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}} dx & \text{c) } \int \frac{e^{-\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}} dx \\ \text{b) } \int \frac{\operatorname{sen} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx & \text{d) } \int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx \end{array}$$

90. Halla, realizando un cambio de variable, las siguientes integrales.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int \cos x \operatorname{sen}^3 x dx & \text{g) } \int \cos^2 x \operatorname{sen} x dx \\ \text{b) } \int x \ln(1+x^2) dx & \text{h) } \int \operatorname{sen} x e^{\cos x} dx \\ \text{c) } \int \frac{\ln 2x}{x} dx & \text{i) } \int \cos^2 x \operatorname{sen}^3 x dx \\ \text{d) } \int 2x \operatorname{sen} x^2 dx & \text{j) } \int \frac{\operatorname{sen}^3 x}{\cos x} dx \\ \text{e) } \int x \sqrt{x+1} dx & \text{k) } \int (x^2+1)e^{x^3+3x} dx \\ \text{f) } \int \frac{2x}{x^2-1} dx & \text{l) } \int \cos^5 x \operatorname{sen}^3 x dx \end{array}$$

91. Resuelve utilizando un cambio de variable.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int \frac{2}{4+x^2} dx & \text{f) } \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx \\ \text{b) } \int x(x+5)^{10} dx & \text{g) } \int \operatorname{tg} 2x dx \\ \text{c) } \int \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx & \text{h) } \int \operatorname{cotg} \frac{x}{5} dx \\ \text{d) } \int x e^{3x^2} dx & \text{i) } \int \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}} dx \\ \text{e) } \int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx & \text{j) } \int e^x \sqrt{(e^x+1)^3} dx \end{array}$$

92. Calcula.

a) $\int \cos^3 x \operatorname{sen}^5 x \, dx$ c) $\int \operatorname{sen}^3 x \cos^{15} x \, dx$
 b) $\int \frac{\operatorname{sen}^3 x}{\cos^2 x} \, dx$ d) $\int \frac{1}{\cos^3 x \cdot \operatorname{sen} x} \, dx$

93. Halla las siguientes integrales.

a) $\int \cos^3 x \, dx$ c) $\int \operatorname{sen}^5 x \, dx$
 b) $\int \operatorname{tg}^3 x \cdot \operatorname{sec}^3 x \, dx$ d) $\int \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x + \cos x} \, dx$

94. Haz estas integrales.

a) $\int \frac{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{\cos^2 x - 2 \operatorname{sen}^2 x} \, dx$
 b) $\int \frac{1}{4 - 3 \cos^2 x + 5 \operatorname{sen}^2 x} \, dx$
 c) $\int \frac{\operatorname{sen}^3 x}{\sqrt[3]{\cos x}} \, dx$
 d) $\int \frac{\cos x}{2 \operatorname{sen} x \cos^2 x + \operatorname{sen}^3 x} \, dx$

95. Integra utilizando un cambio de variable.

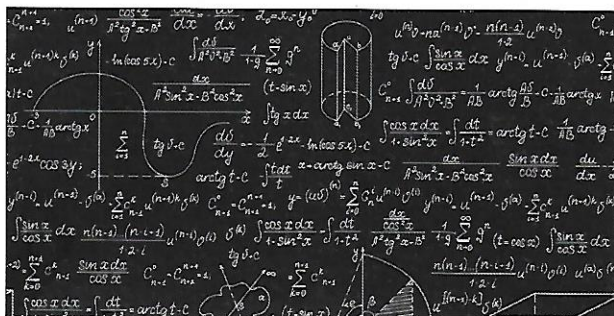
a) $\int \frac{1 + \sqrt{x+1}}{1 + \sqrt[3]{x+1}} \, dx$ d) $\int \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}} \, dx$
 b) $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} \, dx$ e) $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt[4]{x})} \, dx$
 c) $\int \frac{1 + x + \sqrt{x+1}}{(x+1)\sqrt[3]{x+1}} \, dx$ f) $\int \frac{1}{2 + \sqrt{x+1}} \, dx$

96. Haz estas integrales.

a) $\int \frac{1}{(1 - e^x)^2} \, dx$ c) $\int \frac{e^{3x}}{e^{2x} - 3e^x + 2} \, dx$
 b) $\int \frac{1}{e^x + e^{-x} + 1} \, dx$ d) $\int \frac{1 + \sqrt{e^x}}{(1 - \sqrt[4]{e^x})^2} \, dx$

97. Integra mediante un cambio de variable.

a) $\int 2 \operatorname{sen} x e^{-\cos x} \, dx$ c) $\int x^5 \sqrt{1 - x^2} \, dx$
 b) $\int (1 - x^2)^{\frac{3}{2}} \, dx$ d) $\int (1 - (2x + 1)^2)^{\frac{1}{2}} \, dx$



Integrales de funciones

98. Calcula estas integrales.

a) $\int \frac{3x^2 - 5x + 7}{x^3 - 4x^2 + 4x} \, dx$ e) $\int \frac{5}{\sqrt{1 - 9x^2}} \, dx$
 b) $\int \frac{x}{\sqrt{1 - 9x^4}} \, dx$ f) $\int \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} \, dx$
 c) $\int \frac{3x^2 - 7x + 4}{2x - 3} \, dx$ g) $\int \sqrt{1 - x^2} \, dx$
 d) $\int \frac{2}{9 + 4x^2} \, dx$ h) $\int \frac{x}{\sqrt{1 + x}} \, dx$

99. Halla las siguientes integrales.

a) $\int \frac{x^3 + 4x^2 - 10x + 7}{x^3 - 7x - 6} \, dx$ d) $\int \frac{1}{x\sqrt{1-x}} \, dx$
 b) $\int \frac{1}{x^2 - 7x + 10} \, dx$ e) $\int \frac{x + 3}{4x^2 + 8} \, dx$
 c) $\int \frac{2^{3x}}{2^x - 4} \, dx$ f) $\int \frac{\operatorname{sen} 2x + \cos x}{\cos x} \, dx$

100. Calcula estas integrales.

a) $\int \operatorname{cosec} x \, dx$ e) $\int \frac{1}{x\sqrt{1 - (\ln x)^2}} \, dx$
 b) $\int \operatorname{sec} x \, dx$ f) $\int \frac{1 + e^{3x}}{e^{2x}} \, dx$
 c) $\int e^{x^2 - 5x} (2x - 5) \, dx$ g) $\int \sqrt{e^x - 1} \, dx$
 d) $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\sqrt{1 + \cos x}} \, dx$ h) $\int \frac{\operatorname{sen} 2x}{1 + \cos^2 x} \, dx$

101. Calcula el resultado de las integrales.

a) $\int (x - 2)e^{3x} \, dx$ e) $\int \frac{5e^{2x} - e^x}{e^{2x} - 1} \, dx$
 b) $\int \frac{7}{x^3 \sqrt{\ln x}} \, dx$ f) $\int \operatorname{sen}^2 x \, dx$
 c) $\int \frac{(\ln x)^2 + x}{x} \, dx$ g) $\int \cos^2 x \, dx$
 d) $\int (\ln x)^2 \, dx$ h) $\int \operatorname{sen} x \cos x \, dx$

102. Determina estas integrales.

a) $\int 2^x \cos x \, dx$ e) $\int \operatorname{sen}^2 x \cos x \, dx$
 b) $\int \frac{\ln x + 3}{x(\ln x - 1)} \, dx$ f) $\int \operatorname{sen}^3 x \cos x \, dx$
 c) $\int \cos(\ln x) \, dx$ g) $\int \operatorname{sen}^3 x \, dx$
 d) $\int \operatorname{sen} \sqrt{x} \, dx$ h) $\int \cos^3 x \, dx$

103. Calcula.

- a) $\int x \operatorname{sen}(\ln x) dx$
 b) $\int \operatorname{tg} x \operatorname{sec}^2 x dx$
 c) $\int \frac{\cos^3 x}{\operatorname{sen} x} dx$
 d) $\int (\cos^2 x - \operatorname{sen} x \cos^2 x) dx$
 e) $\int \frac{\cos x - \operatorname{sen} x}{2} dx$
 f) $\int \frac{\cos^2 x \operatorname{sen} x + \cos x \operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen} x} dx$

104. Calcula las integrales.

- a) $\int x^3 \sqrt{2x+1} dx$ c) $\int \frac{\operatorname{sen} 2x}{\sqrt{1+\cos 2x}} dx$
 b) $\int \frac{-2x+6}{x^3-2x^2-x+2} dx$ d) $\int \frac{1}{x^4 \sqrt{x^2-1}} dx$

105. Realiza estas integrales.

- a) $\int 4 \operatorname{sen} 3x \operatorname{sen} 2x dx$ c) $\int -3 \operatorname{sen} 2x \cos x dx$
 b) $\int \frac{(2+x)^2}{x(4+x^2)} dx$ d) $\int \frac{3x^2+5}{2x^2+4} dx$

106. Halla, con el método que consideres más adecuado, estas integrales.

- a) $\int \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}} dx$
 b) $\int \frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx$
 c) $\int \frac{x^4 + 5\sqrt[3]{x} - 3x\sqrt{x} - 2}{4x} dx$
 d) $\int (x - x^{-3}) \sqrt{x} \sqrt{x} dx$

107. Integra estas funciones.

- a) $f(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$ c) $h(x) = \frac{\cos x}{1 + \operatorname{sen}^2 x}$
 b) $g(x) = \frac{x+5}{x^2+x-2}$ d) $i(x) = \frac{1}{4+x^2}$

108. Calcula las siguientes integrales.

- a) $\int \frac{\operatorname{sen} 5x}{\cos^2 5x} dx$
 b) $\int \frac{3x+2}{x^2+8x+7} dx$
 c) $\int x^2 \cdot \sqrt{3x^3+7} dx$
 d) $\int \left(\frac{\sqrt{x}}{3x} - \frac{5x}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$

109. Elige un método de integración y resuelve estas integrales.

- a) $\int \frac{3e^x + e^{3x}}{e^x} dx$
 b) $\int \frac{e^x}{1-e^{2x}} dx$
 c) $\int \frac{x-1}{\sqrt{2x} - \sqrt{x+1}} dx$

110. Calcula la integral que aparece a continuación en función del parámetro a .

$$\int \frac{a}{\sqrt{a^2-x^2}} dx$$

111. Halla estas integrales.

- a) $\int \frac{1 + (\ln x)^3}{x(\ln^4 x + \ln^2 x)} dx$
 b) $\int e^x [e^x \cdot \operatorname{sen}(e^x)] dx$

112. Determina, en función del parámetro a , la siguiente integral.

$$\int \frac{3}{x^2 - (a+2)x + 2a} dx$$

113. Calcula la integral.

$$\int (1 - \cos^2 x) \cdot \operatorname{sen} 2x \cdot e^{\cos^2 x} dx$$

114. Obtén la familia de funciones tales que la pendiente de las rectas tangentes a sus gráficas se halla sustituyendo el valor de la abscisa en la función $f(x) = x \cdot e^{2x}$.

 De forma particular, di cuál es la función de entre ellas que pasa por el punto $A(0, 2)$.

115. De una función f conocemos su derivada.

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2 & \text{si } x \leq 1 \\ 1 + \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Determina la expresión de la función f sabiendo que pasa por el punto $P(-1, 2)$.
 b) Representa gráficamente la función f .

116. De una función derivable f conocemos su derivada.

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{-x}} & \text{si } x \leq -1 \\ 5x^4 - 6x^2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

 Determina la expresión de la función f sabiendo que pasa por $P(2, 15)$.

117. Averigua la primitiva de la función $f(x) = \frac{-3}{(3x+a)^2}$ en los siguientes casos.

- a) La recta $y = 4$ y el eje de abscisas son asíntotas de la función.
 b) La recta $x = 1$ y el eje de ordenadas son asíntotas de la función.