

TEMA 3 : CONTINUIDAD

Idea intuitiva de continuidad. Definición de continuidad de una función en un punto. Estudio de la continuidad en funciones elementales y en funciones definidas a trozos. Tipos de discontinuidad.

RECUERDA:

Definición: Una función, f , es continua en un punto, x_0 , perteneciente al dominio de la función, si el límite de la función en el punto, x_0 , existe y es igual al valor de la función en dicho punto. Es decir:

$$f \text{ es continua en un punto } x_0 \in D \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

Tipos de Discontinuidad en un punto:

Discontinuidad **evitable** : si $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \neq f(x_0)$; $L \in \mathbb{R}$

L : verdadero valor de la función en el punto x_0 .

Discontinuidad **inevitable**: si $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$.

inevitable de salto finito: si la diferencia entre los límites laterales es un número real.

inevitable de salto infinito: si la diferencia entre los límites laterales es infinito

1.- Estudia la continuidad de las siguientes funciones, indicando los tipos de discontinuidad, si los hay:

$$\begin{array}{ll} a) f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x < 0 \\ x+5 & \text{si } x = 0 \\ 1-x & \text{si } x > 0 \end{cases} & d) f(x) = \begin{cases} -7-5x & \text{si } x < -3 \\ x^2-1 & \text{si } -3 \leq x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 4 \end{cases} \\ b) f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 3 \\ x & \text{si } x \geq 3 \end{cases} & e) f(x) = \begin{cases} x^2-2x+1 & \text{si } x < 3 \\ 3x-5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \\ c) f(x) = \begin{cases} x^2-4 & \text{si } x < -3 \\ 1-2x & \text{si } x \geq -3 \end{cases} & f) f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases} \end{array}$$

2.- Determina los valores de a y b para que las siguientes funciones sean continuas en los puntos indicados:

$$a) f(x) = \begin{cases} ax+2 & \text{si } x < 1 \\ 5 & \text{si } x = 1 \\ b-x & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} 2x+a & \text{si } x < -2 \\ bx+5 & \text{si } x = -2 \\ 1-x & \text{si } x > -2 \end{cases}$$