TEMA 5 2º BACHILLERATO A

1. Halla la ecuación del plano que contiene a la recta

$$r: \begin{cases} x - z = -3 \\ y - z = 5 \end{cases}$$

Y es perpendicular al plano $\pi: x + 2y - 4z + 7 = 0$.

2. Se considera el punto (0,3,-1), el plano $\pi \;: 2x - 2y + 3z = 0$ y la recta siguiente

r: $x - 3 = y = \frac{3-z}{2}$.

a) Calcula la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r.
b) Calcula la ecuación de una recta perpendicular al plano que pasa por A.

3. Halla la ecuación general del plano que corta a los ejes de coordenadas en los puntos (-2,0,0); (0,3,0); (0,0,-4). Calcula la posición general de éste con el plano $\pi \;: 5x - y - 4z + 1 = 0$

4. Sean las rectas:

$$r: x = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2} \qquad s: \begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ x - 3z - 8 = 0 \end{cases}$$

Halla la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s.

5. Se considera el punto P(1,-2,4), el plano $\pi \;: 2x - 5y + 6z - 7 = 0$ y la recta siguiente

r: $x + 5 = y - 2 = \frac{6-2z}{-2}$. Calcula los puntos R de la recta, de manera que la recta que pasa por P y R es paralela al plano dado

TEMA 5

$(-3,5,0)$

① $r: \begin{cases} x - z = -3 \\ y - z = 5 \end{cases}$ $\qquad \vec{v_r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (1,1,1) \qquad R(0,8,3)$

$\pi': (R, \vec{v_r}, \vec{n}) \qquad \pi: x + 2y - 4z + 7 = 0 \qquad \vec{n}(1,2,-4)$

$$\pi': \begin{vmatrix} x & y-8 & z-3 \\ 1 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 6x - (y-8)5 + (z-3)(-1) = 0$$

$$6x - 5y - z + 43 = 0$$

$$\boxed{\pi': 6x - 5y - z + 43 = 0}$$

② $A(0,3,-1)$; $\pi: 2x - 2y + 3z = 0 \qquad r: x - 3 = y = \frac{3-z}{2} = \frac{z-3}{-2}$

a) $R(3,0,3) \qquad \vec{v_r}(1,1,-2) \qquad \vec{AR}(3,-3,4)$

$$\begin{vmatrix} x & y-3 & z+1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & -3 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -2x - (y-3)10 + (z+1)(-6) = 0$$

$$-2x - 10y - 6z + 30 - 6 = 0$$

$$\pi: 2x + 10y + 6z - 24 = 0 \Rightarrow \pi: x + 5y + 3z - 12 = 0$$

b) $\vec{n}(2,-2,3) = \vec{v_r}$

$r: \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 3 - 2\lambda \\ z = -1 + 3\lambda \end{cases} \qquad \frac{x}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{3}$

③ $\pi: Ax + By + Cz + D = 0 \qquad A(-2,0,0) \quad B(0,3,0) \quad C(0,0,-4)$

a) $\vec{AB}(2,3,0)$
$\vec{AC}(2,0,-4)$

$$\pi: \begin{vmatrix} x+2 & y & z \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -4 \end{vmatrix} = (x+2)(-12) - y(-8) + z(-6) = 0$$

$$\pi: -12x + 8y - 6z - 24 = 0$$

$$\boxed{\pi: 6x - 4y + 3z + 12 = 0}$$

b) $\pi: 6x - 4y + 3z + 12 \Rightarrow \qquad \vec{n_1}(6,-4,3)$
$\pi': 5x - y - 4z + 1 = 0 \qquad \vec{n_2}(5,-1,-4)$

$$\vec{n_1} \times \vec{n_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 6 & -4 & 3 \\ 5 & -1 & -4 \end{vmatrix} = (19, +39, 14)$$

$\vec{n_1} \times \vec{n_2} \neq 0$ secantes

④ $r: x = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ $\qquad s: \begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ x - 3z - 8 = 0 \end{cases}$

$\vec{v_r}\ (1,-1,2)$ $\qquad \vec{v_s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = (9,3,3)$

$R(0,1,2)$

$\Pi: \begin{vmatrix} x & y-1 & z-2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 9 & 3 & 3 \end{vmatrix} = 0$ $\quad \Pi: -9x - (y-1)(-15) + (z-2)\,12 = 0$

$\Pi: -9x + 15y + 12z - 39 = 0$

$\Pi: 3x - 5y - 4z + 13 = 0$

⑤ $P(1,-2,4)$

$\Pi: 2x - 5y + 6z - 7 = 0$

$r: x+5 = y-2 = \frac{6-2z}{-2} = \frac{2z-6}{2} = \frac{z-3}{1}$

$r: \begin{cases} x = -5+\lambda \\ y = 2+\lambda \\ z = 3+\lambda \end{cases}$ $\qquad R(-5+\lambda,\ 2+\lambda,\ 3+\lambda)$

$\vec{PR}\ (\lambda-6,\ \lambda+4,\ \lambda-1)$

$\vec{n}\ (2,-5,6)$

$\vec{PR}\cdot\vec{n} = 0 \Rightarrow (\lambda-6,\ \lambda+4,\ \lambda-1)\cdot(2,-5,6) = 2\lambda - 12 - 5\lambda - 20 + 6\lambda - 6 =$

$= 3\lambda - 38 = 0 \rightarrow \lambda = \frac{38}{3}$

$R\left(\frac{23}{3}, \frac{44}{3}, \frac{47}{3}\right)$