

39 Sean $A = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & k & t \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- Estudiar para qué valores de α y β la matriz A tiene inversa.
- Calcular A^5 .
- Hallar la matriz inversa de B .

(Aragón. Septiembre 2007. Opción B. Cuestión 1)

Sistemas de ecuaciones

- 40 Calcular los valores $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4$, que satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} 2AX - 3AY = B \\ AX - AY = C \end{cases}$$

donde:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -18 & 0 \\ 11 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -17 & -30 \\ 10 & 18 \end{pmatrix}$$

(C. Valenciana. Junio 2005. Ejercicio A. Problema 1)

- 41 Determinar una matriz cuadrada X que verifique:

$$AX + XA = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego, analizar si la matriz X es inversible y, en caso de serlo, calcular su matriz inversa.

(Aragón. Septiembre 2004. Opción B. Cuestión 1)

- 42 Se considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\beta \\ \alpha \end{pmatrix}$$

- Calcula los valores de α y β sabiendo que el punto $P(2, -1)$ satisface la primera ecuación y el punto $Q(2, 0)$ satisface la segunda.
- ¿Es compatible y determinado el sistema que resulta al sustituir los valores de α y β calculados? Justifica la respuesta.

(Asturias. Junio 2000. Bloque 2)

- 43 En una carrera de motocicletas tres salen simultáneamente. La segunda hace 15 kilómetros por hora menos que la primera y 3 kilómetros por hora más que la tercera, y llega 12 minutos después a la meta que la primera y 3 minutos antes que la tercera. Determinar:

- La distancia de la carrera.
- La velocidad de cada motocicleta

(País Vasco. Julio 2004. Bloque E. Problema E)

- 44 Obtener las dimensiones de tres campos cuadrados de modo que:

- El perímetro del primero de ellos es el triple del perímetro del tercero.
- Se necesitan exactamente 1.664 metros de valla para vallar los tres campos.
- La suma de las áreas de los tres campos sea la mínima posible.

(Aragón. Septiembre 2007. Opción B. Cuestión 2)

- 45 Un cajero automático contiene 1.330 € repartidos en billetes de tres tipos distintos: 10, 20 y m €. En el cajero hay en total 97 billetes y el número de billetes de 10 € es el doble que el número de billetes de 20 €.

- Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita averiguar cuántos billetes hay de cada tipo.
- Prueba que para $m \in \{5, 50, 100, 200, 500\}$ el sistema es compatible determinado.
- Razona si en el cajero puede haber billetes de 100 €.

(Cantabria. Junio 2007. Bloque 1. Opción A)

- 46 En un cajero automático se introducen billetes de 10, 20 y 50 €. El número total de billetes es 130 y el total de dinero es 3.000 €. Se sabe que el número de billetes de 10 € es α veces los billetes de 50 €.

- Calcula el número de billetes de cada tipo suponiendo que $\alpha = 2$.
- Para $\alpha = 3$, ¿qué ocurre con la situación del cajero planteada?
- Siguiendo con $\alpha = 3$, si se tuvieran 100 billetes en el cajero, ¿cuánto dinero debería haber para que sea posible una composición del cajero?

(Asturias. Junio 2005. Bloque 2)

- 47 En el interior de dos cajas hay repartidas monedas de 10 céntimos, 20 céntimos y 50 céntimos de euro. En total hay 1.600 monedas y su valor es de 440 €. La primera caja contiene únicamente monedas de 10 y 20 céntimos. La segunda caja contiene solo 500 monedas de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas hay de cada clase?

(País Vasco. Junio 2005. Bloque E. Cuestión E)

- 48 Eva, Marta y Susana son tres jóvenes amigas que se comprometen a leer el *Quijote* este verano. Cada una por separado y en función del tiempo de que dispone, decide leer un mismo número de páginas cada día hasta terminar la obra. Eva leerá diariamente 5 páginas más que Marta y esta 6 páginas más que Susana. Por ello Eva terminará la obra dos semanas antes que Marta y esta 30 días antes que Susana. Se pregunta cuál es el total de páginas que tiene la versión de la inmortal obra cervantina que leen estas amigas.

(Aragón. Junio 2005. Opción A. Cuestión 1)