## ACTIVIDADES

### Tasa de variación media. Derivada de una función en un punto

**30.** Halla la tasa de variación media de la función $f(x) = x^2 - 4$ en los intervalos $[-1, 2]$ y $[-1, 3]$. Utilízala para determinar la derivada de la función $f(x)$ en el punto $x = -1$.

**31.** Calcula la tasa de variación media de la función $f(x)$ en $[1, 6]$ y $[1, 4]$, y determina, a partir de ella, su derivada en el punto $x = 1$.

$$f(x) = \frac{3}{x+2}$$

**32.** Calcula el valor de $b$ para que la tasa de variación media de la función $f(x) = \ln(x + b)$ en el intervalo $[0, 2]$ valga $\ln 2$. Determina, a continuación, la derivada de la función en los extremos de dicho intervalo.

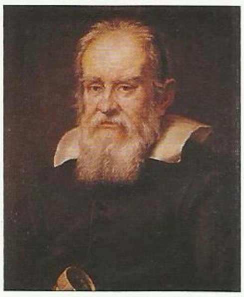
**33.** El espacio recorrido por un móvil, en metros, viene expresado mediante la siguiente fórmula:

$$s(t) = 3t^2 + t + 2$$

Halla la velocidad media del móvil al cabo de los 6 primeros segundos.

**34.** Halla las tasas de variación media de la superficie de un círculo cuando su radio pasa de medir 1 cm a medir 3 cm y de 3 cm a 5 cm. ¿La superficie permanece constante si la variación del radio es la misma?

**35.** Galileo demostró que, cuando un objeto cae libremente, es decir, prescindiendo de la resistencia del aire, la altura recorrida, en metros, y el tiempo transcurrido, en segundos, se relacionan mediante la fórmula:



$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

O lo que es lo mismo, aproximadamente, $h = 5t^2$.

a) Calcula las tasas de variación media entre 1 y 7 segundos y entre 1 y 5 segundos.

b) Halla la derivada de esta función en $x = 1$.

**36.** A partir de la definición de derivada de una función en un punto, calcula la derivada de las siguientes funciones en el punto indicado.

a) $f(x) = 2x$ en $x = 2$

b) $f(x) = x^2$ en $x = -1$

c) $f(x) = x^3$ en $x = -2$

d) $f(x) = x^2 - 3x$ en $x = 2$

e) $f(x) = 3x^2 + 2$ en $x = \frac{1}{2}$

f) $f(x) = (x - 2)^2 + 3$ en $x = 1$

g) $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 4x - 5$ en $x = -1$

**37.** Mediante la definición de derivada de una función en un punto, determina la derivada de las siguientes funciones en el punto $x_0 = 0$.

a) $f(x) = ax + b$

b) $f(x) = ax^2 + bx$

c) $f(x) = ax^2 + bx + c$

d) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

**38.** Halla la derivada de las siguientes funciones, si es posible, en el punto $x = 2$.

a) $f(x) = 2x^2 + x^4$

b) $f(x) = \frac{1}{x}$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

d) $f(x) = \sqrt{x+2}$

e) $f(x) = |x + 3|$

f) $f(x) = |x - 2|$

### Interpretación geométrica de la derivada

**39.** Determina la ecuación de la recta tangente a la parábola $f(x) = x^2 - 2x - 3$ en $x = 2$. Una vez obtenida, representa gráficamente la recta y la función.

**40.** Halla la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = x^2 - ax + 6$ en el punto $P(1, 2)$.

**41.** Para cada función, calcula la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto que se indica.

a) $f(x) = \frac{2}{x-1}$ en $x = -1$

b) $f(x) = \ln(3x + 1)$ en $x = 0$

c) $f(x) = 2 + \cos x$ en $x = \frac{\pi}{2}$

d) $f(x) = 1 + \sqrt{2-x}$ en $x = 1$

**42.** Determina la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de la función $f(x) = \ln\left(\sqrt{2x+3}\right)$ en el punto $x = -1$.

**43.** Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = e^{4x+2} - 3$ en el punto $x = -\frac{1}{2}$.

**44.** Dada la función $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$, halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la curva en el punto de corte con el eje de abscisas.

**45.** Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-5}{4-x}}$ en el punto de abscisa $x = 3$.

**46.** Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $y = x^3 + x^2 - 6x + 1$ en el punto de ordenada 1 y abscisa positiva.

**47.** Dada la parábola $y = x^2 - 2x + 5$, se considera la recta $r$ que une los puntos de esa parábola de abscisa $x = 1$ y $x = 3$. Halla la ecuación de la recta tangente a la parábola que es paralela a $r$.

**48.** ¿Puede ser la recta de ecuación $y = -2x + 4$ tangente a la gráfica de la función $f(x) = \frac{2}{x}$? En caso afirmativo, indica en qué punto.

**49.** Considera la función $f(x) = \ln(x - 1)$ definida en el intervalo $[2, e + 1]$. Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$, paralela a la recta secante a $f(x)$, que pasa por los puntos de abscisas $x = 2$ y $x = e + 1$.

**50.** Dada la función $f(x) = x^2 - 2x$:

a) Determina el punto de la función en el que la recta tangente es paralela a la recta de ecuación $y = 4x - 1$.

b) Demuestra que la recta obtenida no corta en otro punto a $f(x)$.

**51.** Halla la ecuación de la parábola $y = x^2 + bx + c$ cuya recta tangente en el punto (1, 1) es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

**52.** Considera la curva de ecuación $y = x^2 - 2x - 3$.

a) Halla una recta que sea tangente a dicha curva y que forme un ángulo de 45° con el eje de abscisas.

b) ¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal? En caso afirmativo, halla la ecuación de dicha tangente; en caso negativo, explica el porqué.

**53.** Dada la función $f(x) = x^3 - x + 4$, calcula los puntos tales que la recta tangente sea paralela a la recta de ecuación $f(x) = 2x - 123$. Halla las ecuaciones de estas rectas.

**54.** Halla los valores del parámetro $k$ para que las rectas tangentes a la curva $f(x) = kx^3 - x^2 + 7kx - 18$ en los puntos de abscisas $x = 1$ y $x = 2$ sean paralelas.

**55.** Calcula el valor de $a$ para que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = -ax^2 + 5x - 4$ en el punto de abscisa 3 corte al eje $X$ en el punto $x = 5$.
¿Cuál es la ecuación de la recta normal?

**56.** Considera la función $f(x) = \sqrt{x^2 + m}$.

a) Calcula el valor de $m$ para el que la recta de ecuación $2x - y - 3 = 0$ sea tangente a $f(x)$ en $x = 2$, y determina el punto de tangencia.

b) Halla $m$ para el que la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto $P(a, 5)$ pase por el punto $Q(1, 1)$.

**57.** Determina la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ en el punto $x = 2$. Halla el área del triángulo que esta recta forma junto con los ejes de coordenadas.

**58.** Calcula la recta tangente a la función $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ en $x = 2$. Esta recta delimita, junto con los ejes de coordenadas, un triángulo. Halla su área.

**59.** Determina el área de la región delimitada por los ejes de coordenadas y la recta tangente a la función $f(x) = 3 + \ln(tg\, x)$ en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{4}$.

**60.** Considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{x + 4} - 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$
Calcula el área del triángulo delimitado por las rectas tangentes a la gráfica de $f(x)$ en los puntos $x = -2$ y $x = 5$ y el eje de abscisas.

**61.** La función $f(x) = (x + 1) \cdot e^x$ corta al eje de abscisas en un punto. Determina en ese punto la recta tangente y normal a la función y halla el área del triángulo que delimitan con el eje de ordenadas.

**62.** Las funciones $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = c \cdot e^{-(x+1)}$ se cortan en el punto $P(-1, 2)$ y tienen, en ese punto, la misma recta tangente.
Determina los valores de $a$, $b$ y $c$.

**63.** Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva $x^2 + 16y^2 - 16 = 0$ en el punto de abscisa 3 y ordenada positiva.

**64.** Determina la ecuación de la recta tangente a la curva $4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$ en el punto de abscisa 4 y ordenada positiva.

**65.** Considera la circunferencia de centro el origen de coordenadas y radio $\sqrt{5}$. Determina el área de la figura delimitada por las rectas tangentes a la curva en los puntos de abscisa $x = 1$ y el eje de ordenadas.

**66.** Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, determina los valores $a$, $b$, $c$ y $d$ para que se cumplan las siguientes condiciones:

- Que la tangente a la gráfica de $f$ en el punto (0, 2) sea paralela a la recta $y + 1 = 0$.
- Que la recta $x - y - 2 = 0$ sea tangente a la gráfica de $f$ en el punto de abscisa $x = 1$.

## Derivabilidad de una función

**67.** Utilizando la definición, calcula las derivadas laterales de las siguientes funciones en el punto $x = 1$.

a) $f(x) = \sqrt{x + 1}$ b) $f(x) = \sqrt{x - 1}$

**68.** Expresa estas funciones como funciones definidas a trozos, y halla las derivadas laterales en $x = 3$ utilizando la definición.

a) $f(x) = |x - 3| - 1$ b) $f(x) = x - |9 - x^2|$

**69.** Considera la siguiente función definida a trozos.

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x - x^2 & \text{si } x \leq -2 \\ 3x + 4 & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

Calcula las derivadas laterales de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -2$ utilizando la definición.

**70.** Utilizando la definición, calcula las derivadas laterales de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ 5 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

**71.** Estudia la continuidad y derivabilidad de estas funciones.

a) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \cos x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 2 \operatorname{sen} x + 1 & \text{si } x < 0 \\ -x^3 + 2x + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+3}{2x-5} & \text{si } x \leq 2 \\ 7 - 2^x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

**72.** Analiza la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en el intervalo $[-2, 5]$, sabiendo que:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + 2x - 3}{1 - x^2} & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ 1 - 3\sqrt{2x-1} & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

**73.** Decide si esta función es continua y derivable.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 5x + 6 & \text{si } x \leq -1 \\ 2 - \dfrac{1}{x} & \text{si } -1 < x < 2 \\ \dfrac{5}{4} + 2^{-x} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

**74.** Justifica razonadamente si la función $f(x) = 7 - |2x - 6|$ es continua y derivable.

**75.** Considera la función $f(x) = |2x - 4| + x$ como una función definida a trozos. Justifica si es continua y derivable.

**76.** Dada la función $f(x) = |x|^3 + x + 1$, exprésala como una función a trozos y justifica si es continua y derivable. ¿Qué puedes decir de $f(x) = |x|^3 + |x| + 1$?

**77.** Determina el valor de $a$, si existe, para el cual la siguiente función es derivable en $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + a & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

**78.** Las siguientes funciones son continuas en su dominio de definición. Estudia su derivabilidad.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{si } x \geq -3 \\ \dfrac{x}{x+4} & \text{si } x < -3 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 2x + e^{1-x} & \text{si } x < 1 \\ 1 + \sqrt{x+m} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

**79.** Calcula razonadamente los valores de $m$ y $n$ para que la siguiente función sea derivable en $x = 4$.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{25 - x^2} & \text{si } -5 \leq x < 4 \\ x^2 + mx + n & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

**80.** Sea la función: $f(x) = \begin{cases} 1 + a\sqrt{x+1} \cdot \ln(x+1) & \text{si } x > 0 \\ (x-1)^2 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

a) Demuestra que la función es continua para cualquier valor del parámetro $a$.

b) Determina el valor del parámetro para que la función sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

**81.** Halla los valores que deben tener $a$ y $b$ para que la siguiente función sea derivable en $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \ln(e + \operatorname{sen} x) & \text{si } x < 0 \\ x^3 + ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**82.** Halla los posibles valores de $a$ y $b$ para que la función $f(x)$ sea continua y derivable en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{si } x < 0 \\ a^2 - \operatorname{sen} x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**83.** Dadas las siguientes funciones, calcula $a$ y $b$ para que sean continuas y derivables en $\mathbb{R}$.

a) $f(x) = \begin{cases} e^{a(x-\pi)} & \text{si } x < \pi \\ 2a + b \cdot \operatorname{sen}(x - \pi) & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax}{\sqrt{x+2}} & \text{si } x \geq -1 \\ (x+b)^2 & \text{si } x < -1 \end{cases}$

**84.** Determina si existen valores de los parámetros $a$ y $b$ para los que cada una de estas funciones es continua y derivable en $\mathbb{R}$. Justifica la respuesta.

a) $f(x) = \begin{cases} 2e^x + x + a & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + b(x+1) & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ x^4 - 3a & \text{si } x > 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x^3 + 7x + c & \text{si } x \leq -2 \\ ax^2 + 3x + 11 & \text{si } -2 < x \leq \dfrac{3}{2} \\ 18\sqrt{2x+1} + b & \text{si } x > \dfrac{3}{2} \end{cases}$

**85.** Considera la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a(x+b) & \text{si } x < 0 \\ \log_2(x+2) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a) Determina los valores de los parámetros $a$ y $b$ para los que la función $f(x)$ es continua y derivable en $\mathbb{R}$.

b) Halla el área de la región plana cerrada delimitada por la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 3$ y los ejes de coordenadas.

## Cálculo de derivadas

**86.** Utilizando la definición, calcula la derivada de las siguientes funciones polinómicas.

a) $f(x) = 2x + 3$

b) $f(x) = x^2 - 9$

c) $f(x) = 1 - 2x^3$

d) $f(x) = x^3 - 7x^2$

**87.** Halla la derivada de las siguientes funciones a partir de la definición.

a) $f(x) = -\dfrac{5}{x}$

b) $f(x) = \sqrt{x}$

c) $f(x) = x^2 + 2x$

d) $f(x) = ax^2$

**88.** Calcula las derivadas sucesivas de estas funciones.

a) $f(x) = x^4$

b) $f(x) = \operatorname{sen} x$

c) $f(x) = \cos x$

d) $f(x) = \ln x$

**89.** Dada la función $f(x) = 2^{\cos(g(x))}$, calcula el valor de su derivada en el punto de abscisa $x = \pi$, sabiendo que $g(x)$ verifica que $g(\pi) = \frac{\pi}{2}$ y $g'(\pi) = -2$.

**90.** Calcula la derivada $n$-ésima de cada una de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \sqrt{x}$
b) $f(x) = \operatorname{sen} 2x$
c) $f(x) = e^{-x}$
d) $f(x) = 2^x$
e) $f(x) = x \cdot e^x$
f) $f(x) = \cos^2 x$

**91.** Utiliza las propiedades de las derivadas para hallar la derivada de las siguientes funciones.

a) $y = x^2 + \frac{2}{x} - \sqrt{\frac{1}{x}}$
b) $y = 4 \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} 4x$
c) $y = \frac{1}{x^2} + 2x^2 - \frac{3}{x}$

**92.** Calcula las derivadas de las siguientes funciones.

a) $y = 3\sqrt{x} + \frac{1}{x}$
b) $y = 2 \ln x - \frac{5}{x} + 6$
c) $y = \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x$

**93.** Calcula la derivada de estas funciones.

a) $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$
b) $y = x^2 \cdot e^{x+2}$
c) $y = 2x^4 \cdot \cos x$
d) $y = \sqrt{\cos x} \cdot \operatorname{sen} x$

**94.** Utiliza las propiedades de las derivadas para obtener la derivada de estas funciones.

a) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x}}$
b) $y = \frac{x^3 - 3}{x^2}$
c) $y = \frac{x \cdot e^{-x}}{3^x}$
d) $y = \frac{-x^2 - x}{e^x}$
e) $y = \frac{1 - x}{\sqrt{1 - x^2}}$
f) $y = \frac{2x + 1}{(x - 3)^3}$

**95.** Halla la derivada de las siguientes funciones.

a) $y = 4 \operatorname{arc\,tg} x$
b) $y = 2 \operatorname{sen} x + \operatorname{tg} x$
c) $y = (1 + x^2) \cdot \operatorname{arc\,tg} x$
d) $y = 4 \operatorname{sen} x \cdot \cos x$
e) $y = \sec(5x + 2)$
f) $y = \operatorname{arc\,cos}(x^2)$
g) $y = \sqrt[3]{\operatorname{sen} x}$

**96.** Calcula la derivada de estas funciones.

a) $y = \ln(x^4 - 3x^3)$
b) $y = \ln(\sqrt{2x^2 - 4})$
c) $y = \frac{x}{\ln x}$
d) $y = \log_2(5x^3 - 1)$

**97.** Halla las derivadas de las siguientes funciones.

a) $y = \ln(\operatorname{tg} 2x)$
b) $y = \ln[\cos(x^2 - 1)]^3$
c) $y = \log_2\left(\frac{5 - x^2}{5 + x^2}\right)$
d) $y = \ln\sqrt{\frac{x}{x - 1}}$
e) $y = \log\left(\frac{\sqrt{x}}{\operatorname{sen}^2 x + 1}\right)$

**98.** Calcula la derivada de las siguientes funciones.

a) $y = 4^x$
b) $y = \frac{8}{x^2 - 4}$
c) $y = \frac{2x - 1}{x - x^2}$
d) $y = 7\sqrt{x} + 8\sqrt[3]{x}$
e) $y = xe^x$

**99.** Encuentra las derivadas de estas funciones.

a) $y = \sqrt[3]{5x^2}$
b) $y = \frac{x - 2}{x - 3}$
c) $y = \frac{x^2(1 - x)}{x^2 - 1}$
d) $y = x^2(\operatorname{sen} x - 5x)$
e) $y = 2^x + \log_2 x$

**100.** Halla las derivadas de las funciones y simplifica todo lo que puedas el resultado.

a) $y = \frac{x^2 + 1}{e^x}$
b) $y = \frac{x}{\ln x}$
c) $y = \sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}}$
d) $y = \frac{(x + 2)^2}{x + 1}$
e) $y = \frac{x^2 - 1}{e^{x^2}}$
f) $y = \sqrt{\frac{2x + 1}{x^3 - 1}}$

**101.** Calcula la derivada de las siguientes funciones.

a) $y = 3^{x^2+4}$
b) $y = (x^5 - 2)^3$
c) $y = \sqrt[3]{x^3 - 2x}$
d) $y = 5e^{-x^2}$
e) $y = \frac{\sqrt{x + 1}}{x^3}$

**102.** Determina las derivadas de estas funciones.

a) $y = \operatorname{arc\,tg} \sqrt{x}$
b) $y = \sqrt{2x^2 + 1}$
c) $y = e^{x^2-7}$
d) $y = \operatorname{sen}^2 x$
e) $y = 2^{\operatorname{sen} x}$

## ACTIVIDADES

**103.** Halla la derivada de estas funciones.

a) $y = arc\ sen\ \dfrac{1}{x}$

b) $y = cos(x^2 + 5x + 5)$

c) $y = \dfrac{cotg\ x}{x^2}$

d) $y = arc\ sen\ (5x + 1)$

**104.** Encuentra las derivadas de las siguientes funciones.

a) $y = 12\sqrt{3x^2 + x}$

b) $y = \ln(sen\ x^2)$

c) $y = (4x^2 - 5x + 1) \cdot 3^x$

**105.** Calcula la derivada de estas funciones.

a) $y = tg^2(2x + 3)$

b) $y = arc\ tg\ (x^3 + 6)$

c) $y = \sqrt{\ln(3x - 5)}$

**106.** Halla las derivadas de las siguientes funciones.

a) $y = \sqrt[4]{5x^3 + 1}$

b) $y = 2x\ arc\ sen\ x$

c) $y = \sqrt[3]{(5x - 2)^2}$

**107.** Determina la derivada de estas funciones.

a) $y = arc\ tg\left(\dfrac{2}{x^2}\right)$

b) $y = \ln(\sqrt{sen\ x})$

c) $y = tg^2(cos\ 2x)$

d) $y = arc\ sen\sqrt{1 - 4x^2}$

**108.** Encuentra las derivadas de las siguientes funciones.

a) $y = sen\ 2x \cdot e^{cos\ 2x}$

b) $y = tg^2(1 - 5x)$

c) $y = cos\ (2x - 1)^3$

d) $y = cos^3(2x - 1)$

**109.** Halla la derivada de estas funciones.

a) $y = \ln(e^x + x^2)$

b) $y = \ln(x^2 + 1)^2$

c) $y = \ln\left(\dfrac{e^{2x}}{2x}\right)$

d) $y = \ln\sqrt[3]{\dfrac{x \cdot (x - 1)^2}{x + 3}}$

e) $y = \ln\left(\dfrac{1 + cos\ x}{3x}\right)$

**110.** Calcula las derivadas de las siguientes funciones.

a) $y = \left(x - \sqrt{1 - x^2}\right)^2$

b) $y = \sqrt[3]{cotg\ x}$

c) $y = \dfrac{cos\ x}{2\ sen^2\ x}$

d) $y = sen^2(2 - x)$

**111.** Determina la derivada de las siguientes funciones.

a) $y = \dfrac{x\ sen\ x}{e^x}$

b) $y = arc\ tg\ \dfrac{1}{x}$

c) $y = \ln(1 - 2^x)$

d) $y = \dfrac{cos\ x}{x^2}$

e) $y = sen\ \dfrac{1}{x} + cos\ \dfrac{1}{x}$

**112.** Halla las derivadas de las funciones que aparecen a continuación.

a) $y = \sqrt{e^x + x}$

b) $y = \dfrac{5^x + 5^{-x}}{2}$

c) $y = x^2e^{-x}$

d) $y = e^{1-x^2}$

e) $y = \sqrt{sec\ x}$

**113.** Utilizando la regla de la cadena, halla la derivada de estas funciones.

a) $y = \ln(tg(x + e^x))$

b) $y = \ln(arc\ cos\ (-x))$

c) $y = tg\ (tg\ x) + tg^2\ x$

d) $y = cos^2(arc\ sen\ x^2)$

e) $y = sen\ (\ln(2 - 4x))$

f) $y = \dfrac{sen^2(2x + 1)}{cos\ (1 - x)}$

**114.** Calcula la derivada de las siguientes funciones.

a) $y = arc\ sen\left(\dfrac{1}{1 + x^2}\right)$

b) $y = \sqrt{\ln(cos\ 2x)}$

c) $y = \dfrac{x^3 - x}{e^x}$

d) $y = \dfrac{e^x + e^{2x}}{3}$

e) $y = \dfrac{\ln(x^2 + 1)}{\dfrac{x^2 + 1}{sen\ x}}$

**115.** Encuentra las derivadas de las funciones que aparecen a continuación.

a) $y = arc\ tg\left(\dfrac{x}{4}\right) - 2$

b) $y = arc\ tg\left(\dfrac{1 + x^2}{x}\right)$

c) $y = arc\ sen\sqrt{1 - sen^2\ x}$

d) $y = arc\ cos\sqrt{\dfrac{x^2 - 1}{x^3}}$

e) $y = arc\ tg\ e^x + 2$

**116.** Calcula la derivada de estas funciones.

a) $y = \ln \sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$

b) $y = arc\ tg\ \dfrac{x}{x-1}$

c) $y = arc\cos(\ln x)$

d) $y = \sqrt[3]{2^{\cos x}}$

e) $y = \log_2 \sqrt{\dfrac{1}{x}}$

f) $y = \cos^3 x + sen\ x^2$

**117.** Calcula la derivada de las siguientes funciones.

a) $y = \ln \sqrt{\dfrac{x^2 \cdot sen\ x}{\cos x}}$

b) $y = \dfrac{\cos 2x + sen\ 2x}{\cos 2x - sen\ 2x}$

c) $y = \ln\left(\dfrac{1 + tg\left(\dfrac{x}{2}\right)}{1 - tg\left(\dfrac{x}{2}\right)}\right)$

d) $y = tg\ x \cdot e^{x^2}$

**118.** Halla las derivadas y simplifica el resultado.

a) $y = arc\ sen \sqrt{x}$

b) $y = \sqrt[4]{sen\,(x^3+1)}$

c) $y = 2^{x^2+4} + x^2 + 4$

d) $y = \dfrac{\ln\sqrt{x+1}}{x}$

e) $y = \ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^x$

**119.** Calcula la derivada de la siguiente función y simplifica.

$$f(x) = \frac{\cos x + \cos(x+1)}{sen\ x - sen\,(x+1)}$$

¿Es razonable suponer que $f(x)$ es constante?

**120.** Calcula la derivada de la siguiente función, simplificando al máximo.

$$f(x) = arc\ tg\left(\sqrt{\frac{1 - sen\ x}{1 + sen\ x}}\right)$$

## Técnicas de derivación

**121.** Utilizando la técnica de derivación logarítmica, calcula la derivada de las siguientes funciones.

a) $y = \left(\sqrt{x}\right)^x$ ⇒ 17 b

b) $y = x^{\sqrt{x}}$

c) $y = (x - sen\ x)^{\sqrt{x}}$

d) $y = (sen\ x)^{2x}$

e) $y = \sqrt[x]{\cos x}$

f) $y = (arc\ sen\ x)^{sen\ x}$

**122.** Utilizando la derivación logarítmica, calcula la derivada de las funciones.

a) $y = x^x$ $x^x(1+\ln x)$

b) $y = (1+x^2)^x$ $(1+x^2)^x\left(\ln(1+x^2) + \dfrac{2x^2}{1+x^2}\right)$

c) $y = (sen\ x)^{\cos x}$ $\left(-sen\ x \cdot \ln sen\ x + \cos x \cdot \dfrac{\cos x}{sen\ x}\right) y$

d) $y = \sqrt[x]{x^3}$ $y \cdot \dfrac{3 - 3\ln x}{x^2}$

e) $y = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x$ $y\left[\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \dfrac{1}{x+1}\right]$

f) $y = (tg\ x)^x$ $y\left[\ln(tg\ x + x\dfrac{1+tg^2 x}{tg\ x}\right]$

**123.** Calcula la derivada de la función $y = f(x)$ definida implícitamente por la ecuación $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$. Comprueba que coincide con la expresión que se obtiene al despejar la variable $y$, y luego deriva con respecto a $x$.

**124.** Considera la función en su forma implícita $3y - 4x^2 = 0$.

a) Deriva implícitamente la función.

b) Expresa la función de manera no implícita.

c) Deriva y comprueba que el resultado es el mismo.

**125.** Sea la función en forma implícita $\dfrac{y}{3} - \dfrac{x}{y} = 6$.

a) Deriva implícitamente la función.

b) Expresa la función de forma explícita.

c) Deriva desde su forma explícita y comprueba que los resultados coinciden.

**126.** Halla la derivada de la función $y = f(x)$ definida implícitamente por cada una de las siguientes expresiones algebraicas.

a) $x^2 + y^2 - 2xy = 0$ $\dfrac{2y-2x}{2y-2x} = 1$

b) $x = \cos(xy)$ $\dfrac{-1 - sen\,(xy)}{x\ sen\,(xy)}$

c) $x^3 + 3y^2 - 2ay = 0$

d) $e^{2y} - \ln x^3 = 3$ c) $\dfrac{-3x^2}{6y-2a}$ d) $\dfrac{3}{2xe^{2y}}$

**127.** Encuentra la derivada de las siguientes funciones definidas de forma implícita.

a) $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$

b) $x^3 + y^3 + xy = 0$

c) $y^3 - 2xy + 7 = 3x + 1$

d) $(2y^2+3)^3 = 5x^3 - 3x$

**128.** Aplicando la regla de la derivada de la función inversa, halla la derivada de estas funciones.

a) $y = arc\cos x$

b) $y = arc\ sen\ x$

c) $y = arc\ tg\ x$

d) $y = e^x$

e) $y = \ln x$

f) $y = x^2 - 2$