

7 Posiciones relativas de tres planos

Para determinar la posición relativa de tres planos en el espacio estudiamos el sistema formado por las ecuaciones de los tres planos.

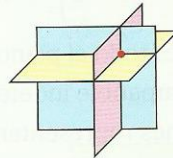
$$\begin{aligned} \pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 &= 0 \\ \pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 &= 0 \\ \pi_3: A_3x + B_3y + C_3z + D_3 &= 0 \end{aligned} \rightarrow M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \end{array} \right)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_M$

Se cortan en un punto

El sistema es compatible determinado.

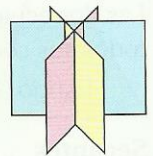
$$\text{Rango}(M) = 3 \quad \text{Rango}(M^*) = 3$$



Se cortan dos a dos

El sistema es incompatible.

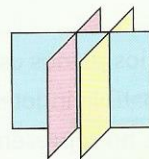
$$\text{Rango}(M) = 2 \quad \text{Rango}(M^*) = 3$$



Dos planos paralelos cortan al tercero

El sistema es incompatible.

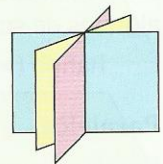
$$\text{Rango}(M) = 2 \quad \text{Rango}(M^*) = 3$$



No coincidentes y se cortan en una recta

El sistema es compatible indeterminado (no hay ecuaciones proporcionales).

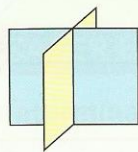
$$\text{Rango}(M) = 2 \quad \text{Rango}(M^*) = 2$$



Dos planos coincidentes cortan al tercero

El sistema es compatible indeterminado (dos de las ecuaciones son proporcionales).

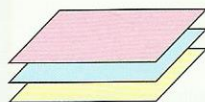
$$\text{Rango}(M) = 2 \quad \text{Rango}(M^*) = 2$$



Tres planos paralelos

El sistema es incompatible (ninguna de las ecuaciones es proporcional).

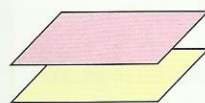
$$\text{Rango}(M) = 1 \quad \text{Rango}(M^*) = 2$$



Dos planos coincidentes y paralelos al tercero

El sistema es incompatible (dos ecuaciones proporcionales, y la otra no).

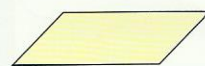
$$\text{Rango}(M) = 1 \quad \text{Rango}(M^*) = 2$$



Tres planos coincidentes

El sistema es compatible indeterminado (sus ecuaciones son proporcionales).

$$\text{Rango}(M) = 1 \quad \text{Rango}(M^*) = 1$$



ACTIVIDADES

22. Sean los planos:

$$\begin{aligned} \pi_1: x + y - z + 1 &= 0 & \pi_2: y + z &= 0 \\ \pi_3: 3x - 2y - 1 &= 0 & \pi_4: 2x - 3y + z - 2 &= 0 \end{aligned}$$

- a) Estudia la posición relativa entre π_1, π_2 y π_3 . *Se cortan punto*
 b) Estudia la posición relativa entre π_1, π_3 y π_4 . *Rg M = 2, Rg M* = 2. Sec en una recta*

23. Estudia, en función de los valores del parámetro m , la posición relativa entre los planos $\pi_1: mx + y - z = m - 2$, $\pi_2: x + y + 2z = 0$ y $\pi_3: 3x + my + z = m - 2$.

Determina, en el caso de que sean secantes en una recta, la ecuación paramétrica de esa recta.