TEMA 5 2º BACH A

1. Consideramos la recta r: $2x-2 = y+2 = \frac{1-z}{4}$ y el punto P(-2,5,-1). Halla un punto Q perteneciente a la recta r tal que la recta que pasa por los puntos P y Q sea paralela al plano $\pi: 3x - 2y + z + 13 = 0$.
2. Se consideran las rectas siguientes:

   $$r:\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 2x - 3y + z = 1 \end{cases} \qquad s:\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

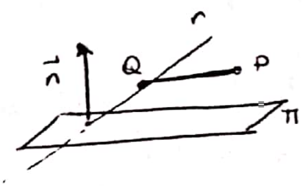
   Calcula la ecuación del plano que contiene a r y al punto de intersección de s con el plano π: x-3y-2z+7=0
3. Estudia la posición relativa de los planos:

   $\pi_1: x - 2y + 3z = 4;$ $\pi_2: 2x + y + z = -1$ y $\pi_3: -3x + y - 4z = 3$
4. Determina la ecuación del plano paralelo a la recta de ecuación r: $\left.\begin{matrix} x + y - 2z = 3 \\ x - y + 3z = -1 \end{matrix}\right\}$ que contiene a la recta de ecuación s: $\frac{x+2}{-3} = \frac{2-y}{2} = z$
5. Se da el triángulo T, cuyos vértices son A=(-1,3-4) ; B=(0,-5,2) y C=(-3,1,0) y el plano $\pi: x - 2y + 3z + 2 = 0$. Calcula la posición relativa del plano π y del plano que contiene al triángulo T.

TEMA 5. 2ºBach A 2020-21

① $r: 2x-2 = y+2 = \frac{1-z}{4} \Rightarrow \frac{x-1}{1/2} = y+2 = \frac{z-1}{-4}$ $\vec{v_r}\left(\frac{1}{2}, 1, -4\right)$

$P(-2,5,-1)$ $r: \begin{cases} x = 1+\frac{1}{2}\lambda \\ y = -2+\lambda \\ z = 1-4\lambda \end{cases}$



$Q\left(1+\frac{1}{2}\lambda, -2+\lambda, 1-4\lambda\right)$

$\pi: 3x-2y+z+13=0 \rightarrow \vec{n}(3,-2,1)$

Si $\vec{PQ}$ es paralelo al plano π → $\vec{PQ}\cdot\vec{n}=0$

$\vec{PQ}\left(1+\frac{1}{2}\lambda+2, -2+\lambda-5, 1-4\lambda+1\right) = \left(3+\frac{1}{2}\lambda, -7+\lambda, 2-4\lambda\right)$

$\left(3+\frac{1}{2}\lambda, -7+\lambda, 2-4\lambda\right)(3,-2,1) = 9+\frac{3}{2}\lambda+14-2\lambda+2-4\lambda=0$

$\rightarrow 25-\frac{9}{2}\lambda=0 \rightarrow \lambda=\frac{50}{9}$

$Q\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{50}{9}, -2+\frac{50}{9}, 1-4\cdot\frac{50}{9}\right) = \left(\frac{68}{18}, \frac{32}{9}, -\frac{191}{9}\right)$

② $r: \begin{cases} x+y-2z=0 \\ 2x-3y+z=1 \end{cases}$ $s: \begin{cases} x=3t \\ y=1-2t \\ z=2+t \end{cases}$ $\pi: x-3y-2z+7=0$

$\vec{v_r}: \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = (-5,-5,-5)$ $\vec{v_s}(3,-2,1)$ $S(0,1,2)$

$R\left(0, -\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}\right)$

Intersección de s con π.

$3t-3(1-2t)-2(2+t)+7=0 \rightarrow 3t-3+6t-4-2t+7=0 \rightarrow 7t=0 \rightarrow t=0$

$Q(0,1,2)$

Plano que contiene a r, contiene a R y a Q.

$\vec{RQ}\left(0, \frac{7}{5}, \frac{11}{5}\right)$

$$\pi: \begin{vmatrix} x & y+\frac{2}{5} & z+\frac{1}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & \frac{11}{5} \\ -5 & -5 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

$x\left(-\frac{35}{5}+\frac{55}{5}\right) - \left(y+\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{55}{5} + \left(z+\frac{1}{5}\right)\frac{35}{5} = 0$

$4x-11y-\frac{22}{5}+7z+\frac{7}{5}=0$

$\pi: 4x-11y+7z-3=0$

③ $\begin{cases} \pi_1: x-2y+3z=4 \\ \pi_2: 2x+y+z=-1 \\ \pi_3: -3x+y-4z=3 \end{cases}$ $\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -4 & -3 \end{array}\right)$

$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -4 \end{vmatrix} = (-4+6+6)-(-9+1+16) = 8-8=0 \rightarrow rg\,A=2$

$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -3 \end{vmatrix} = (-3-8+6)-(12+1+12) = -5-25=-30 \neq 0 \rightarrow rg\,A=3$

Como no hay vectores normales, iguales o proporcionales

$\vec{n}_1(1,-2,3)$

$\vec{n}_2(2,1,1)$

$\vec{n}_3(-3,1,-4)$

Los planos se cortan 2 a 2.

④ $r: \begin{cases} x+y-2z=3 \\ x-y+3z=-1 \end{cases}$ $s: \frac{x+2}{-3} = \frac{2-y}{2} = z \rightarrow \frac{x+2}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}$

$\vec{v}_r: \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (1,-5,-2)$ $\vec{v}_s(-3,-2,1)$

$S(-2,2,0)$

El plano contiene a s, por lo tanto, a $\vec{v}_s$ y S; y es paralelo a r, luego también a $\vec{v}_r$

$\pi: \begin{vmatrix} x+2 & y-2 & z \\ -3 & -2 & 1 \\ 1 & -5 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x+2)\cdot 9 - (y-2)5 + z\cdot 17 = 0$

$\pi: 9x - 5y + 17z + 28 = 0$

⑤ plano que contiene a T: A, $\vec{AB}$, $\vec{AC}$

$\vec{AB}(1,-8,6)$ $\vec{AC}(-2,-2,4)$

$\pi_T: \begin{vmatrix} x+1 & y-3 & z+4 \\ 1 & -8 & 6 \\ -2 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (x+1)(-20)-(y-3)16+(z+4)(-18)=0$

$-20x-16y-18z-44=0$

$\pi_T: 10x+8y+9z+22=0$

$\pi: x-2y+3z+2=0 \rightarrow \vec{n}(1,-2,3)$

$\pi_T: 10x+8y+9z+22=0 \rightarrow \vec{n}_T(10,8,9)$

$\vec{n}\times\vec{n}_T = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 3 \\ 10 & 8 & 9 \end{vmatrix} = (-42,21,28) \neq 0$ SECANTES.