TEMA 5.2º BACHILERATO A

1. Considera los puntos A(1,0, -1) y B (2,1,0) y la recta r$\begin{cases} x+y=1 \\ x+z=2 \end{cases}$
   a. Calcular la ecuación general del plano que es paralelo a r y pasa por A y B.
   b. Determina la posición relativa de la recta r con el plano π: 2x-3y+5z=8

2. Considere las rectas r: $\begin{cases} x+y-2z=1 \\ x-z=1 \end{cases}$, s: r$\begin{cases} x=1-2\lambda \\ y=-3\lambda \\ z=4+\lambda \end{cases}$
   a. Determina el plano que contiene a la recta r y corta perpendicularmente a la recta s.
   b. Calcula el punto donde se cortan el plano obtenido en el apartado a y la recta s.

3. Se da el triángulo T, cuyos vértices son A=(-1,2-2) ; B=(0,-3,-1) y C=(1,0,0) y el plano $\pi: x-y+2z+2=0$. Calcula la posición relativa del plano π y del plano que contiene al triángulo T.

4. Estudia la posición relativa de los 3 planos:

$$\pi_1: 2x-3y+z=1$$
$$\pi_2: x-2y+z=-2$$
$$\pi_3: -2x+4y+2z=-3$$

5. Consideramos la recta r: 3x-1 = y-2 = $\frac{1-2Z}{4}$ y el punto P(-3,4,-1). Halla un punto Q perteneciente a la recta r tal que la recta que pasa por los puntos P y Q sea paralela al plano $\pi: x-5y+3z+12=0$.

T.5 2ºA

① $A(1,0,-1)$, $B(2,1,0)$ $r: \begin{cases} x+y=1 \\ x+z=2 \end{cases}$

a) $\vec{AB}(1,1,1)$ $\vec{v_r} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (1,-1,-1)$ $R(0,1,2)$

$\pi: \begin{vmatrix} x-1 & y & z+1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x-1)\cdot 0 - y(-2) + (z+1)(-2) = 0$

$2y - 2z - 2 = 0$

$\boxed{\pi: y - z - 1 = 0}$

b) $\pi: 2x - 3y + 5z = 8 \rightarrow \vec{n}(2,-3,5)$

$\vec{v_r} \cdot \vec{n} = (1,-1,-1)(2,-3,5) = 0$

¿$R \in \pi$? $-3+10 \neq 8$ No pertenece. Son paralelos

② $r: \begin{cases} x+y-2z=1 \\ x-z=1 \end{cases}$ $s: \begin{cases} x = 1-2\lambda \\ y = -3\lambda \\ z = 4+\lambda \end{cases}$

$\vec{v_r}: \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1,-1,-1)$ $\vec{v_s}(-2,-3,1)$

$R(0,-1,-1)$ $S(1,0,4)$

a) $\pi: -2x - 3y + z + D = 0$

$0 + 3 - 1 + D = 0 \rightarrow D = -2$

$\pi: -2x - 3y + z - 2 = 0 \Rightarrow 2x + 3y - z + 2 = 0$

b) $2(1-2\lambda) + 3(-3\lambda) - (4+\lambda) + 2 = 0$

$2 - 4\lambda - 9\lambda - 4 - \lambda + 2 = 0 \rightarrow -14\lambda = 0 \rightarrow \lambda = 0$

Punto de corte $Q(1,0,4)$

③ $\vec{AB}(1,-5,1)$ $\vec{AC}(2,-2,2)$ $\pi: \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ 1 & -5 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 0$

$(x-1)(-8) - y \cdot 0 + z \cdot 8 = 0$

$-8x + 8 + 8z = 0$

$\pi: x - z - 1 = 0$

Posición relativa

$\left.\begin{array}{l} \pi: x - y + 2z + 2 = 0 \\ \pi_1: x - z - 1 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \vec{n}(1,-1,2) \\ \vec{n_1}(1,0,-1) \end{array}$ $\vec{n} \times \vec{n_1} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (1,3,1) \neq 0$

SECANTES

④ $\pi_1: 2x - 3y + z = 1$

$\pi_2: x - 2y + z = -2$

$\pi_3: -2x + 4y + 2z = -3$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 2 & 3 \end{array}\right)$$

$|A| = (-8+4+6) - (4+8-6) = 2 - 6 = -4$ rg $M = 3$

rg $M = 3$ = rg M^* Se cortan en un punto

⑤ $r: 3x - 1 = y - 2 = \frac{1-2z}{4} \longrightarrow \frac{x - 1/3}{1/3} = y - 2 = \frac{z - 1/2}{-2}$ $P(-3, 4, -1)$

$$r: \begin{cases} x = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = 1/2 - 2\lambda \end{cases}$$

$Q\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\lambda, 2 + \lambda, \frac{1}{2} - 2\lambda\right)$

$\vec{PQ}\left(\frac{10}{3} + \frac{1}{3}\lambda, -2 + \lambda, \frac{3}{2} - 2\lambda\right) = \vec{v_r}$

$\pi: x - 5y + 3z + 12 = 0$ $\vec{n}(1, -5, 3)$

$\vec{v_r} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow \left(\frac{10}{3} + \frac{1}{3}\lambda, -2 + \lambda, \frac{3}{2} - 2\lambda\right)(1, -5, 3) = 0$

$\frac{10}{3} + \frac{\lambda}{3} + 10 - 5\lambda + \frac{9}{2} - 6\lambda = 0$

$20 + 2\lambda + 60 - 30\lambda + 27 - 36\lambda = 0$

$-64\lambda + 107 = 0 \longrightarrow \lambda = +\frac{107}{64}$

$Q\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\left(\frac{107}{64}\right), 2 + \frac{107}{64}, \frac{1}{2} - 2\left(\frac{107}{64}\right)\right) = \left(\frac{171}{192}, \frac{235}{64}, \frac{-182}{64}\right)$

$\left(\frac{57}{64}, \frac{235}{64}, \frac{-91}{32}\right)$