CONTROL TEMA DERIVADAS 1º BACHILLERATO

1. Calcula la derivada quinta de
   a. $f(x) = 7x^7 - 5\cancel{x}^{4} - 2x^2 + 9$
   b. $f(x) = sen\,(-2x)$
2. Calcula las siguientes derivadas:
   a. $f(x) = sen^2(arc\,cos(\sqrt{5x^2 - 2x}))$
   b. $f(x) = 7^{x^4 - 6x + 3}\,tg\,(\ln(7x - 5))$
   c. $f(x) = \dfrac{\log_6(3x-8)}{arc\ \cos(e^{8x^2-4x+7}) \cdot sen(5x^2-7x)}$
   d. $f(x) = \dfrac{cos(6x^2-9x)\ln(5^{x^3})}{cos(log_7(2x^2-8))}$
   e. $f(x) = ln^7(arc\,tg\sqrt[4]{5x+9})$
3. Halla los valores a y b para que la función sea continua y derivable:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & si\ x \leq 3 \\ 2bx - 2 & si\ x > 3 \end{cases}$$

4. Estudia la continuidad y derivabilidad de la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{5x}{x-2} & si\ \ x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2 & si\ \ 0 < x \leq\ 2 \\ \sqrt{x^2} - 5 & si\ x > 2 \end{cases}$$

TEMA DERIVADAS

(1) a) $f(x)=7x^7-5x^4-2x^2+9$

$f'(x)=49x^6-20x^3-4x$

$f''(x)=294x^5-60x^2-4$

$f'''(x)=1470x^4-120x$

$f^{IV}(x)=5880x^3-120$

$f^{V}(x)=17640x^2$

b) $f(x)=\operatorname{sen}(-2x)$

$f'(x)=(-2)\cos(-2x)$

$f''(x)=-(4)\operatorname{sen}(-2x)$

$f'''(x)=8\cos(-2x)$

$f^{IV}(x)=+16\operatorname{sen}(-2x)$

$f^{V}(x)=-32\cos(-2x)$

(2) a) $f'(x)=2\cdot\operatorname{sen}\left(\operatorname{arc\,cos}\sqrt{5x^2-2x}\right)\cdot\cos\left(\operatorname{arc\,cos}\sqrt{5x^2-2x}\right)\cdot\dfrac{-1}{\sqrt{1-\left(\sqrt{5x^2-2x}\right)^2}}\cdot$

$\cdot\dfrac{10x-2}{2\sqrt{5x^2-2x}}$

b) $f'(x)=7^{x^4-6x+3}\cdot\ln 7\cdot(4x^3-6)\cdot tg\left(\ln(7x-5)\right)+7^{x^4-6x+3}\cdot$

$\cdot\sec^2\left(\ln(7x-5)\right)\cdot\dfrac{7}{7x-5}$

c) $f'(x)=\dfrac{\frac{3}{3x-8}\cdot\frac{1}{\ln 6}\cdot\operatorname{arc\,cos}\left(e^{8x^2-4x+7}\right)\operatorname{sen}(5x^2-7x)\ -}{\left[\operatorname{arc\,cos}\left(e^{8x^2-4x+7}\right)\cdot\operatorname{sen}(5x^2-7x^2)\right]^2}$

$\dfrac{\left[\dfrac{-e^{8x^2-4x+7}\cdot(16x-4)}{\sqrt{1-\left(e^{8x^2-4x+7}\right)^2}}\cdot\operatorname{sen}(5x^2-7x)+\operatorname{arc\,cos}\left(e^{8x^2-4x+7}\right)\left[\cos(5x^2-7x)\right](10x-7)\right]\cdot}{\left[\operatorname{arc\,cos}\left(e^{8x^2-4x+7}\right)\cdot\operatorname{sen}(5x^2-7x^2)\right]^2}$

$\dfrac{\cdot\log_6(3x-8)}{''}$

d) $f'(x)=\dfrac{\left[-\operatorname{sen}(6x^2-9x)\cdot(12x-9)\cdot\ln\left(5^{x^3}\right)+\cos(6x^2-9x)\cdot\frac{3x^2\cdot 5^{x^3}\cdot\ln 5}{5^{x^3}}\right]\cdot\cos\left(\log_7(2x^2-8)\right)}{}$

$\dfrac{-\left[\cos(6x^2-9x)\left(\ln 5^{x^3}\right)\cdot\left(-\operatorname{sen}\left(\log_7(2x^2-8)\right)\right)\cdot\frac{4x}{2x^2-8}\cdot\frac{1}{\ln 7}\right]\cdot\cos(6x^2-9x)\ln 5^{x}}{\left[\cos\left(\log_7(2x^2-8)\right)\right]^2}$

e) $f'(x)=7\ln^6\left(\operatorname{arc\,tg}\sqrt[4]{5x+9}\right)\cdot\dfrac{1}{\operatorname{arc\,tg}\sqrt[4]{5x+9}}\cdot\dfrac{1}{1+\left(\sqrt[4]{5x+9}\right)^2}\cdot\dfrac{5}{4\sqrt[4]{(5x+9)^3}}$

(3) $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx-1 & \text{si } x\le 3 \\ 2bx-2 & \text{si } x>3 \end{cases}$

Cont. por ser polinómicas. Derivables

$\rightarrow f'(x)=\begin{cases} 2ax+b & \text{si } x\le 3 \\ 2b & \text{si } x>3 \end{cases}$

$f(3)=9a+3b-1$

$\lim_{x\to 3^-} ax^2+bx-1=9a+3b-1$

$\lim_{x\to 3^+} 2bx-2=6b-2$

$9a+3b-1=6b-2$

$\boxed{9a-3b=-1}$

$f'(3^-)=6a+b$

$f'(3^+)=2b$

$6a+b=2b$

$\boxed{6a-b=0}$

$\begin{cases} 9a-3b=-1 \\ 6a-b=0 \end{cases}$ $a=1/9$, $b=2/3$

(4) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{5x}{x-2} & \text{si } x\le 0 \\ x^2-3x+2 & \text{si } 0<x\le 2 \\ \sqrt{x^2}-5 & \text{si } x>2 \end{cases}$

Cont. porque $2\notin$ Int. de definición.

Cont. por ser polinómica

Cont porque $x\geq 0$

CONTINUIDAD

En $x=0$

$f(0)=\frac{0}{-2}=0$

$\lim_{x\to 0^-}\frac{5x}{x-2}=0$

$\lim_{x\to 0^+} x^2-3x+2=2$

Disc. inevitable de salto finito en $x=0$

En $x=2$

$f(2)=4-6+2=0$

$\lim_{x\to 2^-} x^2-3x+2=0$

$\lim_{x\to 2^+}\sqrt{x^2}-5=-3$

Disc. inevitable de salto finito en $x=2$

DERIVABILIDAD

$f'(x)=\begin{cases} \dfrac{5(x-2)-5x}{(x-2)^2}=\dfrac{-10}{(x-2)^2} & \text{si } x\le 0 \\ 2x-3 & \text{si } 0<x\le 2 \\ \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}=1 & \text{si } x>2 \end{cases}$

En $x=0$

$f'(0^-)=\frac{-10}{4}=\frac{-5}{2}$

$f'(0^+)=2x-3=-3$

No derivable en $x=0$

En $x=2$

$f'(2^-)=4-3=1$

$f'(2^+)=1$

Derivable en $x=2$

TEMA DERIVADAS. 1º BACHILLERATO

1. Calcula la derivada quinta de
   a. $f(x) = 6x^7 - 4x^5 + 3x^2 - 7$
   b. $f(x) = cos\,(-3x)$
2. Calcula las siguientes derivadas:
   a. $f(x) = cos^3(arc\,sen(\sqrt{4x^2 + 2x}))$
   b. $f(x) = 8^{x^4-5x+2}\,tg\,(\ln(9x-3))$
   c. $f(x) = \frac{\log_7(2x-5)}{arc\ sen(e^{9x^2-5x+7})\cdot cos(x^2-3x)}$
   d. $f(x) = \frac{tg(3x^2-7x)\ln(2^{x^3})}{sen(log_5(8x^2-9))}$
   e. $f(x) = ln^5(arc\,tg\sqrt[3]{3x+5})$
3. Halla los valores a y b para que la función sea continua y derivable:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & si\ x \leq 2 \\ 2bx - 2 & si\ x > 2 \end{cases}$$

4. Estudia la continuidad y derivabilidad de la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{5x}{x-2} & si\ \ x \leq -1 \\ x^2 - 3x + 2 & si\ \ -1 < x \leq\ 3 \\ \sqrt{x^2} - 5 & si\ x > 3 \end{cases}$$

TEMA DERIVADAS

① a) $f(x)= 6x^7-4x^5+3x^2-7$

$f'(x)= 42x^6-20x^4+6x$

$f''(x)= 252x^5-80x^3+6$

$f'''(x)= 1260x^4-240x^2$

$f^{IV}(x)= 5040x^3-480x$

$f^{V}(x)= 15120x^2-480$

b) $f(x)= \cos(-3x)$

$f'(x)= 3\,\text{sen}(-3x)$

$f''(x)= -9\cos(-3x)$

$f'''(x) = -27\,\text{sen}(-3x)$

$f^{IV}(x) = 81\cos(-3x)$

$f^{V}(x)= 243\,\text{sen}(-3x)$

② a) $f(x)= \cos^3(\text{arc sen}\sqrt{4x^2+2x})$

$f'(x)= 3\cos^2(\text{arc sen}\sqrt{4x^2+2x})\cdot(-\text{sen}(\text{arc sen}\sqrt{4x^2+2x})\cdot\dfrac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{4x^2+2x})^2}}\cdot$

$\cdot\dfrac{8x+2}{2\sqrt{4x^2+2x}}$

b) $f(x)= 8^{x^4-5x+2}\cdot tg(\ln(9x-3))$

$f'(x)= 8^{x^4-5x+2}(4x^3-5)\cdot\ln 8\cdot tg(\ln(9x-3)) + 8^{x^4-5x+2}\cdot\sec^2(\ln(9x-3))\cdot$

$\cdot\dfrac{9}{9x-3}$

c) $f'(x)= \dfrac{\dfrac{2}{2x-5}\cdot\dfrac{1}{\ln 7}\cdot\text{arc sen}(e^{9x^2-5x+7})\cdot\cos(x^2-3x) - \log_7(2x-5)\cdot\left[\dfrac{e^{9x^2-5x+7}\cdot(18x-5)}{\sqrt{1-(e^{9x^2-5x+7})^2}}\cdot\cos(x^2-3x)+\text{arc sen}(e^{9x^2-5x+7})(-\text{sen}(x^2-3x))\cdot(2x-3)\right.}{\left[\text{arc sen}(e^{9x^2-5x+7})\cos(x^2-3x)\right]^2}$

d) $f'(x)= \dfrac{\left[\left[\sec^2(3x^2-7x)\cdot(6x-7)\ln(2^{x^3}) + tg(3x^2-7x)\cdot\dfrac{2^{x^3}\cdot 3x^2\cdot\ln 2}{2^{x^3}}\right]\cdot\text{sen}(\log_5(8x^2-9))\right] - \left[tg(3x^2-7x)\ln(2^{x^3})\cdot\cos(\log_5(8x^2-9))\cdot\dfrac{16x}{8x^2-9}\cdot\dfrac{1}{\ln 5}\right]}{[\text{sen}(\log_5(8x^2-9))]^2}$

e) $f'(x) = 5 \cdot \ln^4\left(\operatorname{arc\,tg} \sqrt[3]{3x+5}\right) \cdot \dfrac{1}{\operatorname{arc\,tg} \sqrt[3]{3x+5}} \cdot \dfrac{1}{1+\left[\sqrt[3]{3x+5}\right]^2} \cdot \dfrac{3}{3\sqrt[3]{(3x+5)^2}}$

(3) $f(x) = \begin{cases} ax^2+bx-1 & \text{si } x \le 2 \\ 2bx-2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Cont. por ser polinómicas

Derivables $\rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2ax+b & \text{si } x \le 2 \\ 2b & \text{si } x > 2 \end{cases}$

En $x=2$

$f(2) = 4a+2b-1$

$\lim_{x\to 2^-} ax^2+bx-1 = 4a+2b-1$

$\lim_{x\to 2^+} 2bx-2 = 4b-2$

$4a+2b-1 = 4b-2$

$\boxed{4a-2b=-1}$

$\left.\begin{array}{l} 4a-2b=-1 \\ 4a-b=0 \end{array}\right\} \quad a=\frac{1}{4} \quad b=1$

En $x=2$

$f'(2^-) = 4a+b$

$f'(2^+) = 2b$

$4a+b = 2b$

$\boxed{4a-b=0}$

(4) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{5x}{x-2} & \text{si } x \le -1 \\ x^2-3x+2 & \text{si } -1 < x \le 3 \\ \sqrt{x^2}-5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

Cont. porq $2 \notin$ Intervalo de definición

Cont. por ser polinómica

Cont. porque $x \geq 0$

En $x=-1$

$f(-1) = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$

$\lim_{x\to -1^-} \frac{5x}{x-2} = \frac{5}{3}$

$\lim_{x\to -1^+} x^2-3x+2 = 6$

Disc. inevitable de salto finito

En $x=3$

$f(3) = 9-9+2 = 2$

$\lim_{x\to 3^-} x^2-3x+2 = 2$

$\neq$

$\lim_{x\to 3^+} \sqrt{x^2}-5 = -2$

Disc. inevitable de salto finito

$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{5(x-2)-5x}{(x-2)^2} = \dfrac{-10}{(x-2)^2} & \text{si } x \le -1 \\ 2x-3 & \text{si } -1 < x \le 3 \\ \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2}} = 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

En $x=-1$

$f'(-1^-) = \frac{-10}{9}$

$\neq$

$f'(-1^+) = -5$

No es derivable en $x=-1$

En $x=3$

$f'(3^-) = 3$

$\neq$

$f'(3^+) = 1$

No es derivable en $x=3$