CONTROL TEMAS 4 Y 6. 1º BACH A 2021-22

1. Dado el vector $\vec{u}\,(-4,3)$ calcula un vector $\vec{v}$, con módulo $\sqrt{89}$ y su producto escalar sea 4. (1,25puntos)
2. Dos vértices consecutivos de un cuadrado son A(-2,3) y B(1,-2) si sus dos diagonales se cortan en O(2,2), calcula los otros vértices. (1,25 puntos)
3. Dados los vectores $\vec{u}\,(-3,8)$, $\vec{v}\,(2,-7)$ y $\vec{w}\,(3,k)$, $calcula$:
   a. El producto escalar de $\vec{u}\cdot\vec{v}$
   b. La proyección de $\vec{u}$ $sobre$ $\vec{v}$
   c. El valor de k para que $\vec{u}$ $sea\ perpendicular\ a\ \vec{w}$
   d. El ángulo que forman $\vec{u}$ y $\vec{v}$
   e. Si k= -3, calcular $-4\vec{u}+5(-\vec{v}+7\,\vec{w})$ (2,5 puntos)
4. A) Calcula el ángulo que forman las rectas

   $r:\begin{cases} x = 3-4t \\ y = -2 \end{cases}$ y $s: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+5}{3}$

   B) Calcula la posición relativa y si son secantes, calcula el punto de intersección (1,5 puntos)
5. Calcula el simétrico de A(-1,3) respecto de la recta 4x-y +5=0.(1 punto)
6. El lado desigual del triángulo isósceles ABC, tiene por extremos A(2,-3) y B(5,4). El vértice C está en la recta 4x – y+2=0. Calcula las coordenadas de C (1 punto)
7. Determina la puntos de la recta r: -5x+3y-5=0 que están a 5 unidades de distancia del punto P(-2,-3)(1,5 puntos)

TEMAS 4 y 6 1ºBach A 2021-22

① $\vec{u}(-4,3)$ $|\vec{v}|=\sqrt{89}$, $\vec{u}\cdot\vec{v}=4$

(1,25) $\vec{v}(x,y) \rightarrow \sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{89}$ $\left\{ \begin{array}{l} x^2+y^2=89 \\ -4x+3y=4 \end{array} \right\}$ $x=\dfrac{3y-4}{4}$

$(-4,3)(x,y)=4$

$$\left(\frac{3y-4}{4}\right)^2+y^2=89$$

$$\frac{9y^2-24y+16}{16}+y^2=89$$

$$9y^2-24y+16+16y^2=1424$$

$$25y^2-24y-1408=0 \quad y= \begin{cases} 8 \\ -\dfrac{176}{25} \end{cases}$$

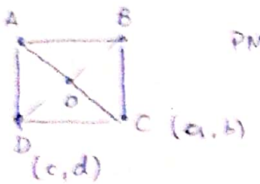
Si $y_1=8 \rightarrow x_1=5$

Si $y_2=-\dfrac{176}{25} \rightarrow x_2=-\dfrac{157}{25}$

$\vec{v}_1(5,8)$

$\vec{v}_2\left(-\dfrac{157}{25},-\dfrac{176}{25}\right)$

② (1,25)



$PM(\overline{AC})=O=(2,2)=\left(\dfrac{a+(-2)}{2},\dfrac{b+3}{2}\right) \rightarrow \begin{array}{l} a=6 \\ b=1 \end{array}$ $C(6,1)$

$PM(\overline{BD})=O$ $(2,2)=\left(\dfrac{c+1}{2},\dfrac{d+(-2)}{2}\right) \rightarrow \begin{array}{l} c=3 \\ d=6 \end{array}$ $D(3,6)$

③ $\vec{u}(-3,8)$, $\vec{v}(2,-7)$, $\vec{w}(3,k)$

(2,5) a) $\vec{u}\cdot\vec{v}=(-3,8)(2,-7)=-6-56=-62$

b) $Proy_{\vec{v}}\vec{u}=\dfrac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{v}|}=\dfrac{62}{\sqrt{4+49}}=\dfrac{62}{\sqrt{53}}$

c) $\vec{u}\cdot\vec{w}=0 \longrightarrow (-3,8)\cdot(3,k)=0 \longrightarrow -9+8k=0 \Rightarrow k=\dfrac{9}{8}$

d) $\cos\alpha=\dfrac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{u}||\vec{v}|}=\dfrac{62}{\sqrt{73}\sqrt{53}}=\dfrac{62}{\sqrt{3869}} \longrightarrow \alpha=4{,}61^\circ$

e) $-4\vec{u}+5(-\vec{v}+7\vec{w})=-4(-3,8)+5\left[-(2,-7)+7(3,-3)\right]=$

$=(12,-32)+5\left[(-2,7)+(21,-21)\right]=(12,-32)+5\left[(19,-14)\right]=$

$=(12,-32)+(95,-70)=(107,-102)$

④ (1,5) a) $r:\left\{ \begin{array}{l} x=3-4t \\ y=-2 \end{array} \right.$ $\vec{v}_r(-4,0)$ $s: \dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y+5}{3}$ $\vec{v}_s(-2,3)$

$\cos(\widehat{\vec{v}_r,\vec{v}_s})=\dfrac{|\vec{v}_r\cdot\vec{v}_s|}{|\vec{v}_r||\vec{v}_s|}=\dfrac{|(-4,0)(-2,3)|}{\sqrt{16}\cdot\sqrt{4+9}}=\dfrac{8}{4\sqrt{13}} \Rightarrow \alpha=56{,}31^\circ$

b)

$\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+2}{0} \longrightarrow -4y-8=0$ r

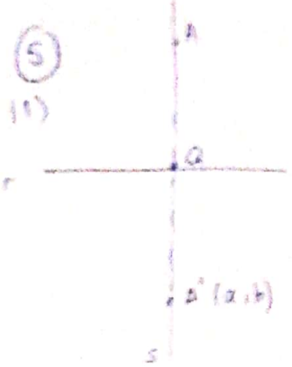
$\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y+5}{3} \Rightarrow 3x-9=-2y-10 \Rightarrow 3x+2y+1=0$ $:s$

$\dfrac{0}{3}\neq\dfrac{-4}{2}$ Son secantes

$\left. \begin{array}{l} 3x+2y+1=0 \\ -4y-8=0 \end{array} \right\}$ $\begin{array}{l} y=-2 \\ 3x-4+1=0 \rightarrow x=1 \end{array}$ Punto Intersección $(1,-2)$

(5)

(1)



$\vec{v}_r(1,4) \perp \vec{v}_s(-4,1)$

Recta s es perpendicular a r y pasa por A

$s \begin{cases} x = -1-4\lambda \\ y = 3+\lambda \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x+1}{-4} = \dfrac{y-3}{1} \Rightarrow x+4y-11=0$

Para calcular Q

$\begin{rcases} 4x-y+5=0 \\ x+4y-11=0 \end{rcases} -17y+49=0 \quad y=\dfrac{49}{17}$

$x = 11-4\dfrac{49}{17} = -\dfrac{9}{17} \qquad Q\left(-\dfrac{9}{17}, \dfrac{49}{17}\right)$

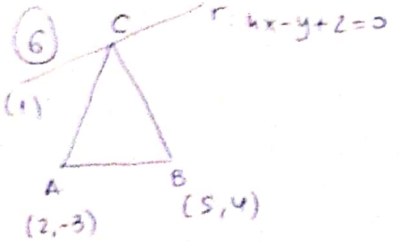
$PM(\overline{AA'}) = Q = \left(-\dfrac{9}{17}, \dfrac{49}{17}\right) = \left(\dfrac{-1+a}{2}, \dfrac{3+b}{2}\right) \rightarrow a = -\dfrac{1}{17}$

$b = \dfrac{47}{17}$

Luego $A'\left(-\dfrac{1}{17}, \dfrac{47}{17}\right)$

(6)

(1)



$r: 4x-y+2=0 \Rightarrow \vec{v}_r(1,4) \Rightarrow r: \begin{cases} x=\lambda \\ y=2+4\lambda \end{cases}$

$R(0,2)$

$C(\lambda, 2+4\lambda)$

Al ser isósceles $|\vec{AC}| = |\vec{BC}|$

$\vec{AC} = (\lambda-2, 2+4\lambda+3) = (\lambda-2, 5+4\lambda)$

$\vec{BC} = (\lambda-5, 2+4\lambda-4) = (\lambda-5, -2+4\lambda)$

$\sqrt{(\lambda-2)^2+(5+4\lambda)^2} = \sqrt{(\lambda-5)^2+(-2+4\lambda)^2}$

$\cancel{\lambda^2}-4\lambda+4+25+40\lambda+\cancel{16\lambda^2} = \cancel{\lambda^2}-10\lambda+25+4+\cancel{16\lambda^2}-16\lambda$

$36\lambda+29 = -26\lambda+29 \Rightarrow 62\lambda=0 \Rightarrow \lambda=0 \Rightarrow C(0,2)$

(7) $r: -5x+3y-5=0 \qquad \vec{v}_r(-3,-5) \rightarrow r: \begin{cases} x=-1-3\lambda \\ y=-5\lambda \end{cases}$

$R(-1,0)$

(1,5)

$Q(-1-3\lambda, -5\lambda)$

$d(P,Q) = |\vec{PQ}| = 5$

$\vec{PQ} = (-1-3\lambda+2, -5\lambda+3) = (1-3\lambda, -5\lambda+3)$

$\sqrt{(1-3\lambda)^2+(-5\lambda+3)^2} = 5 \rightarrow 1-6\lambda+9\lambda^2+25\lambda^2-30\lambda+9=25$

$34\lambda^2-36\lambda-15=0$

$\lambda = \dfrac{18\pm\sqrt{834}}{34} = \begin{cases} 1{,}38 \\ -0{,}32 \end{cases}$

$Q_1(-5{,}14 \,;\, -6{,}9)$

$Q_2(-0{,}04 \,;\, 1{,}6)$