ACTIVIDADES DE GEOMETRÍA EN SELECTIVIDAD

Ecuaciones de rectas y planos

1 Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores no proporcionales del espacio real tridimensional. ¿Qué relación existe entre las direcciones de $\vec{a}$ y $\vec{b}$ y la dirección de su producto vectorial? ¿Cuánto vale el módulo del producto vectorial de $\vec{a}$ y $\vec{b}$?

(Extremadura. Junio 2008. Opción B. Ejercicio 4)

2 a) Determinar si los puntos $A(-1, 0, 3)$, $B(2, 4, 1)$ y $C(-4, 3, 1)$ están alineados.

b) Expresar en dos formas diferentes la ecuación de la recta que pasa por A y B.

(Canarias. Junio 2007. Opción B. Cuestión 4)

3 Determina la relación que debe existir entre a y b para que el punto $P(0, a, b)$ esté en el plano determinado por los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 1)$ y $C(0, 2, 1)$.

(Extremadura. Junio 2007. Opción A. Ejercicio 4)

4 a) Prueba que si dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tienen el mismo módulo entonces los vectores $\overrightarrow{u+v}$ y $\overrightarrow{u-v}$ son ortogonales.

b) Considera los vectores $\vec{x} = (-1, 2, 3)$ e $\vec{y} = (2, 3, -1)$.

1) Razona si son linealmente independientes los vectores $\overrightarrow{x+y}$ y $\overrightarrow{x-y}$.

2) Calcula el área del paralelogramo que tiene tres vértices consecutivos en puntos $(1, 5, 2)$, $(0, 0, 0)$ y $(-3, -1, 4)$.

(Cantabria. Junio 2008. Bloque 3. Opción A)

5 Calcular la ecuación cartesiana de la recta que contiene a los puntos A y B de coordenadas $A(1, 1, a)$ y $B(1, 0, 3)$.

¿Existe algún valor de a tal que el punto $(1, 3, 3)$ pertenezca a la recta? Razonar la respuesta.

(País Vasco. Junio 2008. Bloque B. Problema B)

6 Hallar la ecuación de un plano que contenga al origen de coordenadas y a la recta dada por:

$$r: \left.\begin{aligned} x + 2y + 3z = 1 \\ x + 3y + 2z = 1 \end{aligned}\right\}$$

¿Es único dicho plano? Razonar la respuesta.

(País Vasco. Julio 2008. Bloque B. Problema B)

7 Sea r la recta intersección de los planos:

$$x + y + z = 2 \qquad 2x + 3y + z = 3$$

Calcula un punto de la recta r, un vector direccional y las ecuaciones de r en forma paramétrica y en forma continua. Halla también la ecuación del plano que contiene a la recta y pasa por el punto $(2, 1, 3)$.

(La Rioja. Junio 2007. Propuesta A. Ejercicio 4)

8 Dadas las rectas r_1: $x = y = z$ y r_2 determinada por los puntos $P(1, 2, 3)$ y $Q(1, -1, 0)$, calcule la ecuación de la recta que une ambas rectas por el camino más corto.

(Murcia. Septiembre 2008. Bloque 2. Cuestión B)

9 Dados el punto $O(0, 0, 0)$ y el plano π: $x + y + z = 6$, se pide calcular razonadamente:

a) La ecuación de la recta r que pasa por O y es perpendicular al plano π.

b) Las coordenadas del punto simétrico de O respecto del plano π.

c) La ecuación del plano que contiene al eje X y a la recta r.

(C. Valenciana. Septiembre 2008. Bloque 2. Problema 2)

10 Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta. Para las afirmaciones que consideres que son falsas pon un ejemplo ilustrativo.

a) Si tres vectores, $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$, cumplen $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$, entonces $\vec{v} = \vec{w}$.

b) No existen dos vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ cumpliendo $|\vec{v}| = 1$, $|\vec{w}| = 2$ y $|\vec{v} \cdot \vec{w}| = 3$.

c) Si tres vectores, $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$, son linealmente independientes, entonces también lo son los vectores: $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$ y $\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$.

(Cantabria. Septiembre 2007. Bloque 3. Opción A)

11 Calculad una ecuación del plano que pasa por el punto $(1, 2, -1)$ y es perpendicular a la recta:

$$\left.\begin{aligned} 2x + y + z = 3 \\ x - y + z = 1 \end{aligned}\right\}$$

(La Rioja. Junio 2008. Propuesta A. Ejercicio 3)

12 a) Calcula m para que los puntos $A(2, 1, -2)$, $B(1, 1, 1)$ y $C(0, 1, m)$ estén alineados.

b) Calcula el punto simétrico del punto $P(-2, 0, 0)$ respecto de la recta que pasa por los puntos $A(2, 1, -2)$ y $B(1, 1, 1)$.

(Galicia. Septiembre 2007. Bloque 2. Opción 1)

13 Hallar la ecuación general del plano que pasa por el punto $P(-1, 0, 2)$ y contiene a la recta s: $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-3} = z + 2$.

(Canarias. Septiembre 2008. Bloque 4. Opción B)

14 Dados los puntos $A(1, 1, 0)$ y $B(0, 0, 2)$ y la recta

$$r: \left.\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 1 + \lambda \\ z &= 1 + \lambda \end{aligned}\right\}, \text{ halla:}$$

a) Un punto $C \in r$ de forma que el triángulo ABC sea rectángulo con el ángulo recto en C.

b) El plano π que pasa por A y B y es paralelo a r.

(Asturias. Septiembre 2006. Bloque 3)

15 Halla la ecuación del plano que contiene a los puntos $P(0, 1, 1)$ y $Q(1, 0, 1)$ y es paralelo a la recta:

$$r: \frac{x+3}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{2}$$

(Navarra. Junio 2006. Grupo 1. Opción A)