TEMAS 8 Y 9. 2º BACHILLERATO A

1. Calcula el valor de la derivada en el punto (3,-2) de la siguiente función:
$-4y^4 + 7x^3y - 5y^2x^2 + 1 = 0$ (1 punto)

2. Calcula los siguientes límites:
   a. $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{lnx} - \frac{3}{x^2-1}\right)$
   b. $\lim_{x\to 0}(\operatorname{sen} 2x)^{7x^2}$
   c. Calcula los valores de a para que el $\lim_{x\to 0}\frac{sen\, x^2}{cos^2\, ax-1} = -1$ (3 puntos)

3. Calcula las siguientes derivadas:
   a. $y = \left(\frac{\operatorname{sen}\ 3x}{2x^2-6x+9}\right)^{4x-6}$
   b. $y = \sqrt[(5x+1)]{\frac{cosx}{e^{tg(5x-2)}}}$ (1,5 puntos)

4. Sea la función $f(x) = |2x - 1|$. ¿Se cumple el teorema de Rolle en el intervalo $[0,1]$. En caso afirmativo calcula el valor c que lo verifica. (1,5 puntos)

5. Con 60 centímetros de alambre se construyen dos triángulos equiláteros cuyos lados miden x e y. ¿Qué valores de x e y hacen que la suma de las áreas de los triángulos sea mínima. (1,5 puntos)

6. Estudia si se puede aplicar el teorema del valor medio (T Lagrange) a la siguiente función en el intervalo dado y, cuando sea posible, halla el valor de c que da el teorema:
$f(x) = \frac{x^2-5}{2x+3} en \ \ [1,4]$ (1,5 puntos)

T8 y 9 2ºA

① $-4y^4+7x^3y-5y^2x^2+1=0$

(1) $-16y^3y'+21x^2y+7x^3y'-10yy'x^2-10y^2x=0$

$$y'=\frac{-21x^2y+10y^2x}{-16y^3+7x^3-10yx^2}$$

$$y'(3,-2)=\frac{498}{497}$$

② a) $\lim_{x\to1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{3}{x^2-1}\right)=[\infty-\infty]=\lim_{x\to1}\frac{x^2-1-3\ln x}{\ln x\cdot(x^2-1)}=\left[\frac{0}{0}\right]\underset{L'H}{=}$

(3)

$$=\lim_{x\to1}\frac{2x-\frac{3}{x}}{\frac{1}{x}\cdot(x^2-1)+\ln x\cdot 2x}=\frac{2-3}{1\cdot0+0}=\frac{-1}{0}\begin{cases}\lim_{x\to1^-}=+\infty\\ \lim_{x\to1^+}=-\infty\end{cases}\quad\nexists\lim_{x\to1}$$

b) $\lim_{x\to0}(\operatorname{sen}2x)^{7x^2}$

$$\lim_{x\to0}7x^2\cdot\ln(\operatorname{sen}2x)=[0\cdot\infty]=\lim_{x\to0}\frac{\ln(\operatorname{sen}2x)}{\frac{1}{7x^2}}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to0}\frac{\frac{-\cancel{2}\cos2x}{\operatorname{sen}2x}}{-\frac{\cancel{2}}{7x^3}}=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{7x^3\cdot\cos2x}{\operatorname{sen}2x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to0}\frac{21x^2\cdot\cos2x-14x^3\operatorname{sen}2x}{2\cos2x}=\frac{0}{2}=0$$

$$\lim_{x\to0}(\operatorname{sen}2x)^{7x^2}=e^0$$

c) $\lim_{x\to0}\frac{\operatorname{sen}x^2}{\cos^2ax-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to0}\frac{\cancel{2}x\cdot\cos x^2}{\cancel{2}\cos(ax)\cdot a(-\operatorname{sen}ax)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\cos x^2+x\cdot2x\cdot(-\operatorname{sen}x^2)}{+a^2\operatorname{sen}^2(ax)+\cos^2(ax)(-a^2)}=\frac{1+0}{-a^2}=-1\to a^2=1\to a=\pm1$$

③ a) $y=\left(\frac{\operatorname{sen}3x}{2x^2-6x+9}\right)^{4x-6}$

(1,5)

$$\ln y=(4x-6)\ln\left(\frac{\operatorname{sen}3x}{2x^2-6x+9}\right)$$

$$y'=\left[4\cdot\ln\left(\frac{\operatorname{sen}3x}{2x^2-6x+9}\right)+(4x-6)\cdot\left(\frac{2x^2-6x+9}{\operatorname{sen}3x}\right)\cdot\frac{(3\cos3x)(2x^2-6x+9)-}{(2x^2-6x+9)^2}\right.$$

$$\left.\frac{-(\operatorname{sen}3x)\cdot(4x-6)}{(2x^2-6x+9)^2}\right]\left(\frac{\operatorname{sen}3x}{2x^2-6x+9}\right)^{4x-6}$$

b) $y = \left(\frac{\cos x}{e^{tg(5x-2)}}\right)^{1/(5x+1)}$

$\ln y = \frac{1}{5x+1}\cdot \ln\left(\frac{\cos x}{e^{tg(5x-2)}}\right)$

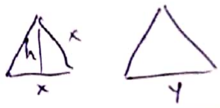
$$y' = \left[\frac{-5}{(5x+1)^2}\cdot \ln\left(\frac{\cos x}{e^{tg(5x-2)}}\right) + \left(\frac{1}{5x+1}\cdot \frac{e^{tg(5x-2)}}{\cos x}\cdot \frac{-\operatorname{sen} x\cdot e^{tg(5x-2)} - \cos x\cdot e^{tg(5x-2)}\cdot \sec^2(5x-2)\cdot 5}{\left[e^{tg(5x-2)}\right]^2}\right)\right]\cdot \sqrt[(5x+1)]{\left[\frac{\cos x}{e^{tg(5x-2)}}\right]}$$

4) (1,5) $f(x) = |2x-1| = \begin{cases} -2x+1 & si\ x<1/2 \\ 2x-1 & si\ x\geq 1/2 \end{cases} \to f'(x) = \begin{cases} -2 & si\ x<1/2 \\ 2 & si\ x\geq 1/2 \end{cases}$

f cont en $[0,1]$ por ser polinómicas en $x=\frac{1}{2}$ también por ser valor absoluto.

$\lim_{x\to 1/2^-} -2x+1 = 0$ $=$ $\lim_{x\to \frac{1}{2}^+} 2x-1 = 0$

$f'(1/2^-) = -2 \neq f'(1/2^+) = 2$ No derivable en $(0,1)$. Luego no se puede aplicar el Teorema de Rolle.

5) (1,5) 

$3x+3y=60 \to y = \frac{60-3x}{3} = 20-x$

$h_1 = \sqrt{x^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2}$ $\quad h_2 = \sqrt{y^2-\left(\frac{y}{2}\right)^2}$

$$A = \frac{x\cdot\sqrt{x^2-\frac{x^2}{4}}}{2} + \frac{y\cdot\sqrt{y^2-\frac{y^2}{4}}}{2} = \frac{x\sqrt{\frac{3x^2}{4}} + (20-x)\sqrt{\frac{3(20-x)^2}{4}}}{2}$$

$$= \frac{\frac{x^2}{2}\sqrt{3} + \frac{(20-x)^2}{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}\left[x^2+(20-x)^2\right] = \frac{\sqrt{3}}{4}\left[2x^2-40x+400\right]$$

$A' = \frac{\sqrt{3}}{4}\left[4x-40\right] = 0 \to 4x = 40 \to \boxed{x=10}$

$(0,10)$ $A'<0$
$(10,60)$ $A'>0$ → Mínimo en $x=10$, $y=10$

6) (1,5) $f(x) = \frac{x^2-5}{2x+3}$ Dom $\mathbb{R} - \{-3/2\}$ $f'(x) = \frac{2x(2x+3)-(x^2-5)\cdot 2}{(2x+3)^2} = \frac{2x^2+6x+10}{(2x+3)^2}$

f cont. en $[1,4]$ porque $\{-3/2\} \notin [1,4]$
f der en $(1,4)$ " " " "
$\xrightarrow{TVM} \exists\, c\in(1,4) \,/\, f'(c) = \frac{f(4)-f(1)}{4-1}$

$f(4) = \frac{16-5}{8+3} = \frac{11}{11} = 1$, $f(1) = \frac{1-5}{2+3} = \frac{-4}{5}$ $\Rightarrow f'(c) = \frac{9/5}{3} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$\frac{2x^2+6x+10}{4x^2+12x+9} = \frac{3}{5} \to 10x^2+30x+50 = 12x^2+36x+27$
$-2x^2-6x+23=0 \to \boxed{x_1 = 2,[illegible]}$ ✓ $\in(1,4)$