CONTROL LÍMITES 1º BACHILLERATO B

1. Estudia la continuidad de la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{5}{x-5} & si\ x\le 0\\ \sqrt{x+1} & si\quad 0<x\le 3\\ \frac{x-1}{2x-6} & si\ x>3\end{cases}$$

2. Averiguar a,b para que la función f(x) sea continua:

$$f(x)=\begin{cases}2x^2+10+b & si\ x<2\\ x^2-3x+a & si\ \ 2\le x\le 6\\ 5x-b & si\ x>6\end{cases}$$

3. Calcula todas las asíntotas de las siguientes funciones:
   c. $f(x)=\frac{3+x-x^2}{x^2-1}$
   d. $f(x)=\frac{x^2+x-2}{x-3}$
4. Calcula los siguientes límites:
   a. $\lim_{x\to 0}\frac{3x^2-5x}{4x}$
   b. $\lim_{X\to\infty}\frac{X}{1-\sqrt{X+1}}$
   c. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{7x^2-5x}{7x^2+2x-3}\right)^{\frac{x^2-5}{3x-8}}$
   d. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2+7x+10}{6x^2+3x}$
   e. $\lim\limits_{x\to 4}\frac{2x-8}{\sqrt{x+5}-3}$
   f. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2-5x}{2x+3}-\frac{x^2+7}{3x-5}\right)$

LÍMITES 1º Bach B

(1) Continuos todos los tramos

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{5}{x-5} & \text{si } x\leq 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } 0<x\leq 3 \\ \dfrac{x-1}{2x-6} & \text{si } x>3 \end{cases}$$

En $x=0$

$f(0)=-1$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{5}{x-5}=-1$ $\neq$ Disc. inevitable salto finito

$\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x+1}=1$

En $x=3$

$f(3)=\sqrt{4}=2$ en $x=2$

$\lim_{x\to 3^-} \sqrt{x+1}=2$ $\neq$ Disc. inevitable de salto infinito.

$\lim_{x\to 3^+} \frac{x-1}{2x-6}=\frac{2}{0}=\infty$

(2) $$f(x)=\begin{cases} 2x^2+10+b & \text{si } x<2 \\ x^2-3x+a & \text{si } 2\leq x\leq 6 \\ 5x-b & \text{si } x>6 \end{cases}$$

Cont. por ser polinómicas

En $x=2$

$f(2)=4-6+a=-2+a$

$\lim_{x\to 2^-} 2x^2+10+b=18+b$

$\lim_{x\to 2^+} x^2-3x+a=4-6+a=-2+a$

$18+b=-2+a$

$20=a-b$

En $x=6$

$f(6)=36-18+a=18+a$

$\lim_{x\to 6^-} x^2-3x+a=18+a$

$\lim_{x\to 6^+} 5x-b=30-b$

$18+a=30-b$

$a+b=12$

$\left.\begin{array}{l} a-b=20 \\ a+b=12 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} 2a=32 \to \boxed{a=16} \\ 2b=-8 \to \boxed{b=-4} \end{array}$

(3) a) $f(x)=\dfrac{3+x-x^2}{x^2-1}$

AV $\lim_{x\to 1} f(x)=\frac{3}{0}=\infty$ $\boxed{x=1}$ $\lim_{x\to -1} f(x)=\frac{1}{0}=\infty$ $\boxed{x=-1}$

AH $\lim_{x\to \pm\infty} f(x)=-1$ $\to \boxed{y=-1}$

AO No tiene

b) $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x-3}$

AV $\lim_{x\to 3} f(x)=\frac{10}{0}=\infty$ $\boxed{x=3}$

AH $\lim_{x\to \infty} f(x)=\infty$ No tiene

AO $m=\lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^2+x-2}{x^2-3x}=1$

$n=\lim_{x\to\infty}\left[\dfrac{x^2+x-2}{x-3}-x\right]=\lim_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x-2-x^2+3x}{x-3}=4$ $\boxed{y=x+4}$

(4) a) $\lim_{x\to 0} \frac{3x^2-5x}{4x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x}(3x-5)}{4\cancel{x}} = -\frac{5}{4}$

b) $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{1-\sqrt{x+1}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{\frac{1}{x} - \sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{0} = \infty$

c) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{7x^2-5x}{7x^2+2x-3}\right)^{\frac{x^2-5}{3x-8}} = e^{\lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{7x^2}-5x-\cancel{7x^2}-2x+3}{7x^2+2x-3} \cdot \frac{x^2-5}{3x-8}} = e^{-\frac{7}{21}} = e^{-1/3}$

d) $\lim_{x\to -2} \frac{x^2+7x+10}{6x^2+3x} = \frac{0}{18} = 0$

e) $\lim_{x\to 4} \frac{2x-8}{\sqrt{x+5}-3} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 4} \frac{2\cancel{(x-4)}(\sqrt{x+5}+3)}{\cancel{x+5-9}} = 2\cdot 6 = 12$

f) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{3x^2-5x}{2x+3} - \frac{x^2+7}{3x-5}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{9x^3-15x^2-15x^2+25x-2x^3-3x^2-14x-21}{6x^2-10x+9x-15} = \infty$