5. Análisis de funciones exponenciales

Piensa y calcula

Halla mentalmente los puntos de corte con los ejes de la función $y = (2 - x)e^x$

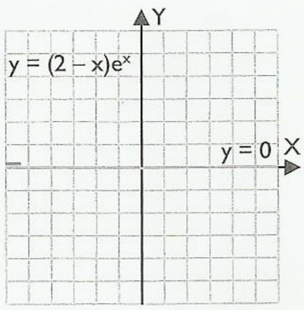
5.1. Modelo de función exponencial

4 Ejercicio resuelto

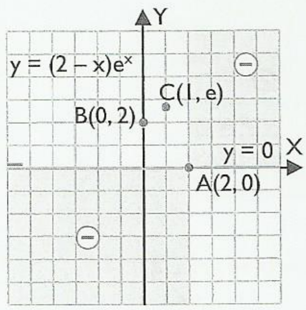
Analiza y representa la función $y = (2 - x)e^x$

Derivadas: $y' = (1 - x)e^x$, $y'' = -xe^x$, $y''' = -(x + 1)e^x$

1. **Tipo de función:** producto de polinómica por exponencial.
2. **Dominio:** por ser el producto de una función polinómica por una exponencial, es toda la recta real $\mathbb{R}$
   $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$
3. **Continuidad:** por ser el producto de una función polinómica por una exponencial, es continua en toda la recta real $\mathbb{R}$
4. **Periodicidad:** no es periódica, porque las funciones polinómicas y exponenciales nunca lo son.
5. **Simetrías:** $f(-x) = (2 + x)e^{-x}$
   Se observa que $f(-x) \neq f(x)$, $f(-x) \neq -f(x) \Rightarrow f(x)$ no es simétrica ni respecto del eje Y ni respecto del origen O(0, 0)



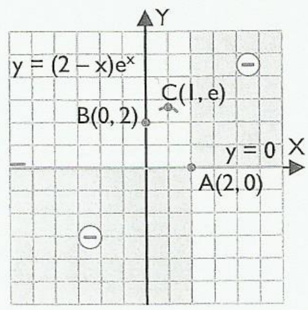
6. **Asíntotas:**
   - Verticales: no tiene.
   - Horizontales:
   $\lim_{x \to -\infty} (2 - x)e^x = 0$ $\qquad \lim_{x \to +\infty} (2 - x)e^x = -\infty$
   Asíntota horizontal y = 0, pero solo por la izquierda.
   Posición de la curva respecto de la asíntota oblicua:
   $\lim_{x \to -\infty} (2 - x)e^x = 0^+$
   La curva está encima de la asíntota.
   - Oblicuas: no tiene.



7. **Corte con los ejes:**
   - **Eje X:** $(2 - x)e^x = 0 \Rightarrow x = 2$, raíz simple. Se obtiene el punto A(2, 0)
   - **Eje Y:** es el punto B(0, 2)

   Signo:
   Si $x = 0 \Rightarrow f(0) = 2 > 0$ (+)

f(x)	+	–
x	0	2



8. **Máximos y mínimos relativos:**
   $f'(x) = (1 - x)e^x \Rightarrow (1 - x)e^x = 0 \Rightarrow x = 1$, raíz simple.
   $f(x) = (2 - x)e^x \Rightarrow f(1) = e \Rightarrow C(1, e)$
   $f''(x) = -xe^x \Rightarrow f''(1) = -e < 0\ (-) \Rightarrow C(1, e)$, máximo relativo.