

2. Calcula los valores de los parámetros a y b para que la función sea continua y derivable

$$f(x) = \begin{cases} -3x+1 & \text{si } x < -2 \\ ax+5 & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ x^2+b & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } x < -2 \\ a & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ 2x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Todos los trozos son continuos por ser funciones polinómicas

En $x = -2$

CONT
 $f(-2) = -2a+5$

$\lim_{x \rightarrow -2^-} -3x+1 = 7$

$\lim_{x \rightarrow -2^+} ax+5 = -2a+5$

$-2a+5=7$
 \Downarrow
 $a=-1$

DERIV

$f'(-2^-) = -3$

$f'(-2^+) = a$

$\Rightarrow a = -3$

Si $a = -1$ continua y no derivable en $x = -2$

Si $a = -3$ no continua y derivable en $x = -2$

En $x = 2$

CONT

$f(2) = 4+b$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} ax+5 = 2a+5 \Rightarrow 2a+5=4+b$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} x^2+b = 4+b \Rightarrow 2a-b=-1$

DERIV

$f'(2^-) = a$

$f'(2^+) = 4$

$\rightarrow a = 4$

$2a-b=-1$
 $a=4$

$a=4$
 $b=9$

Si $a = 4, b = 9$ continua y derivable en $x = 2$.

3. Calcula los valores de los parámetros a y b para que la función sea derivable y continua.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2+bx-1 & \text{si } x \leq 1 \\ |2x-6| & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$|2x-6| = \begin{cases} 2x-6 & \text{si } 2x-6 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \\ -2x+6 & \text{si } 2x-6 < 0 \Rightarrow x < 3 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} ax^2+bx-1 & \text{si } x \leq 1 \\ -2x+6 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 2x-6 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax+b & \text{si } x \leq 1 \\ -2 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

En $x = 1$

CONT

$f(1) = a+b-1$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} ax^2+bx-1 = a+b-1$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} -2x+6 = 4$

$a+b=5$

DER

$f'(1^-) = 2a+b$

$f'(1^+) = -2$

$a+b=5$
 $2a+b=2$
 $a=-7$
 $b=12$

Si $a = -7, b = 12$ continua y derivable en $x = 1$

En $x = 3$

CONT

$f(3) = 0$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 0$

) cont. en $x = 3$

$f'(3^-) = -2$

$f'(3^+) = 2$

No es derivable en $x = 3$