Demuestre que las rectas siguientes se cortan en un punto. ¿Cuál es ese punto?

$$r_1: \left.\begin{array}{l} x = 2 - \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 1 + 2\lambda \end{array}\right\} \qquad r_2: \left.\begin{array}{l} x = 1 + \lambda \\ y = 6 + \lambda \\ z = 6 + \lambda \end{array}\right\}$$

Calcule la ecuación general del plano determinado por ambas rectas.

(Murcia. Septiembre 2006. Bloque 2. Cuestión B)

En el espacio se consideran:

- La recta r intersección de los planos de ecuaciones implícitas $2x - 2y - z = 9$ y $4x - y + z = 42$.
- Y la recta s que pasa por los puntos $(1, 3, -4)$ y $(3, -5, -2)$.

Se pide:

a) Calcular las ecuaciones paramétricas de la recta r y de la recta s.

b) Justificar que las rectas r y s se cruzan.

c) Calcular un vector direccional de la recta t, perpendicular común a las rectas r y s, y calcular el punto P de intersección de las rectas s y t.

(C. Valenciana. Septiembre 2006. Ejercicio A. Problema 2)

Dados el punto $A(1, 1, 1)$ y la recta $r: \left.\begin{array}{l} x - y = -1 \\ y - z = 1 \end{array}\right\}$, calcula:

a) Un vector $\vec{u}$ director de la recta r.

b) El plano π que contiene a la recta r y al punto A.

c) La recta s que pasa por el punto A, está contenida en el plano π anterior, y su dirección es perpendicular a la de la recta r.

(Asturias. Junio 2007. Bloque 3)

Halla la ecuación continua de la recta que pasa por el punto $P(1, 0, 1)$ y no corta al plano π_1: $3x - y - z + 1 = 0$ ni al plano que pasa por los puntos $Q_1(1, -1, 1)$, $Q_2(0, 1, -2)$ y $Q_3(-1, 0, 1)$.

(Navarra. Septiembre 2008. Grupo 1. Opción A)

Se sabe que los puntos $P_1(2, -3, 3)$ y $P_3(0, 1, -1)$ son vértices de un cuadrado C. Halla los otros dos vértices de C, sabiendo que están en la recta:

$$r: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{2}$$

(Navarra. Septiembre 2008. Grupo 1. Opción B)

Calcular la ecuación paramétrica de la recta definida por:

$$r: \left.\begin{array}{r} x - y - z = 1 \\ x + y + 3z = 2 \end{array}\right\}$$

¿Existe algún valor de v tal que el punto $(v, v, v-1)$ pertenezca a la recta? Razonar la respuesta, calculando el valor de v en caso de que sea afirmativa.

(País Vasco. Junio 2006. Bloque B. Problema B)

22 Dadas las dos rectas r y s, que se cortan, de ecuaciones:

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{2y-1}{-6} = \frac{2z-3}{6}$$
$$s: \frac{x-3}{-2} = \frac{2y+3}{2} = \frac{z-1}{4}$$

se pide calcular:

a) El punto P de corte de las rectas r y s.

b) Un vector direccional de r y otro de s y el ángulo α que forman las rectas r y s en el punto de corte P.

c) La ecuación implícita del plano π que contiene a las rectas r y s.

(C. Valenciana. Junio 2007. Bloque 2. Problema 1)

23 Un plano π determina sobre la parte positiva de los ejes X, Y y Z tres segmentos de longitudes 2, 3 y 4 m respectivamente.

a) Halle la ecuación del plano π.

b) Halle la ecuación de la recta r que contiene a los puntos $A(2, 0, 3)$ y $B(0, 6, a)$ y estudie la posición relativa de π y r según los valores de a.

c) Para el caso $a = 2$, halle el punto donde se cortan π y r.

(Asturias. Junio 2008. Bloque 3)

24 Se consideran las rectas:

$$r: \left.\begin{array}{r} x - y = 3 \\ x + y - z = 0 \end{array}\right\} \qquad s: \left.\begin{array}{r} x - z = 4 \\ 2x - y = 7 \end{array}\right\}$$

Hallar la ecuación continua de la recta que contiene al punto $P(2, -1, 2)$ y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

(Madrid. Septiembre 2007. Opción A. Ejercicio 2)

25 Dados el punto $A(1, -2, -3)$, la recta $r: \left.\begin{array}{r} x + y + 1 = 0 \\ z = 0 \end{array}\right\}$ y el plano π: $x - 2y - 3z + 1 = 0$, se pide:

a) Ecuación del plano que pasa por A, es paralelo a r y perpendicular a π.

b) Ecuación de la recta que pasa por A, corta a r y es paralela a π.

(Madrid. Junio 2007. Opción A. Ejercicio 3)

26 a) ¿Son coplanarios los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(3, 1, 0)$, $C(1, 1, 1)$ y $D(3, 0, -1)$? En caso afirmativo, calcula la distancia del origen de coordenadas al plano que los contiene.

b) Calcula el punto simétrico del punto $P(0, 0, 1)$ respecto del plano π: $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

(Galicia. Junio 2008. Bloque 2. Opción 2)

27 Determina un plano que pase por los puntos de coordenadas $(1, 0, 0)$ y $(0, 1, 0)$, y sea paralelo a la recta:

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 2 \end{array}\right\}$$

(Extremadura. Septiembre 2006. Repertorio B. Ejercicio 1)