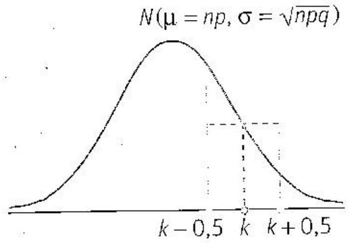
Corrección por continuidad

Para calcular la probabilidad de un valor concreto utilizando la aproximación binomial se debe aplicar una corrección en el proceso.



Si Y es una variable aleatoria con distribución Bin(n, p), que se aproxima por una normal $X \sim N\left(np, \sigma = \sqrt{npq}\right)$:

$$\boldsymbol{P(Y = k) = P(k - 0{,}5 \le X \le k + 0{,}5)}$$

Observa que el área del rectángulo de base $[k - 0{,}5,\ k + 0{,}5]$ y altura $P(Y = k)$ es aproximadamente igual al área bajo la gráfica de la función de densidad de la distribución $N\left(\mu = np, \sigma = \sqrt{npq}\right)$.

En el resto de las situaciones, aplicando la corrección por continuidad:

$\boldsymbol{P(Y \le k) \approx P(X \le k + 0{,}5)}$

$\boldsymbol{P(Y \ge k) \approx P(X \ge k - 0{,}5)}$

$\boldsymbol{P(Y < k) \approx P(X \le k - 0{,}5)}$

$\boldsymbol{P(Y > k) \approx P(X \ge k + 0{,}5)}$

En el caso del jugador de baloncesto, introduciendo la corrección por continuidad:

$$P(Y \ge 17) \approx P(X \ge 16{,}5) = P(Z \ge 1{,}22) = 1 - \Phi(1{,}22) = 1 - 0{,}8888 = 0{,}1112$$

Mejor aproximación a la binomial que la obtenida sin utilizar corrección.

En un dado trucado, la probabilidad de obtener seis puntos es solo 0,1. Luis cree que con ese dado sacará al menos 12 "seises" en 100 lanzamientos. Calcula la probabilidad de que Luis esté en lo cierto.

Se considera la variable Y: "número de seises obtenidos en 100 lanzamientos", $Y \sim \text{Bin}(n = 100, p = 0{,}1)$. Hay que calcular $P(Y \ge 12)$.

En este caso como n es grande y $np = 10$ y $nq = 90$, se puede aproximar la distribución de $Y \sim \text{Bin}(n = 100, p = 0{,}1)$ por $X \sim N(\mu = 10, \sigma = 3)$ y los cálculos son muy simples:

$$P(Y \ge 12) = P(X \ge 11{,}5) = P\left(Z \ge \frac{11{,}5 - 10}{3}\right) = P(Z \ge 0{,}5) = 1 - \Phi(0{,}5) = 1 - 0{,}6915 = 0{,}3085$$

En las últimas elecciones generales la participación alcanzó el 67 %. Elegidas 200 personas entre las que tienen derecho a voto, calcula la probabilidad de que hayan votado:

a) Exactamente 120.

b) Más de 120, pero no más de 150.

Sea Y: "número de votantes". Su distribución es $Y \sim \text{Bin}(n = 200, p = 0{,}67)$ y se aproxima el cálculo de sus probabilidades por una normal $X \sim N(\mu = 134, \sigma = 6{,}65)$.

a) $P(Y = 120) = P(119{,}5 \le X \le 120{,}5) = P\left(\frac{119{,}5 - 134}{6{,}65} \le Z \le \frac{120{,}5 - 134}{6{,}65}\right) = P(-2{,}18 \le Z \le -2{,}03) =$

$= P(2{,}03 \le Z \le 2{,}18) = \Phi(2{,}18) - \Phi(2{,}03) = 0{,}9854 - 0{,}9788 = 0{,}0066$

b) $P(120 < Y \le 150) = P(120{,}5 \le X \le 150{,}5) = P\left(\frac{120{,}5 - 134}{6{,}65} \le Z \le \frac{150{,}5 - 134}{6{,}65}\right) =$

$= P(-2{,}03 \le Z \le 2{,}48) = P(Z \le 2{,}48) - P(Z \le -2{,}03) =$

$= \Phi(2{,}48) - (1 - \Phi(2{,}03)) = 0{,}9934 - 1 + 0{,}9788 = 0{,}9722$

El 40 % de las personas empadronadas en una ciudad viven en urbanizaciones alejadas del centro. De una muestra de 1500 personas, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 580 vivan en urbanizaciones?

En una población, el 45 % de las personas adultas se declara consumidora de café. Si de la ciudad elegimos una muestra de 250 personas adultas, calcula la probabilidad de que más de la mitad tomen café.

El primer examen de una oposición es un test que consta de una batería de 100 preguntas, cada una de las cuales tiene 5 posibles respuestas de las que solo una es correcta. Si una persona responde al azar, calcula la probabilidad de que acierte al menos 25 preguntas.

smSaviadigital.com PRACTICA Continua resolviendo problemas de binomiales y normales.