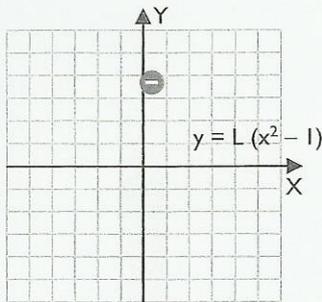


6. Análisis de funciones logarítmicas

Piensa y calcula

Halla los puntos de corte con los ejes de la función $y = L(x^2 - 1)$



6.1. Modelo de función logarítmica

5 Ejercicio resuelto

Analiza y representa la función $y = L(x^2 - 1)$

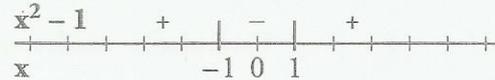
Derivadas: $y' = \frac{2x}{x^2 - 1}$, $y'' = -\frac{2x^2 + 2}{(x^2 - 1)^2}$, $y''' = \frac{4x^3 + 12x}{(x^2 - 1)^3}$

1. **Tipo de función:** logarítmica.

2. **Dominio:** por ser una función logarítmica, el argumento tiene que ser positivo, es decir, mayor que cero.

$x^2 - 1 > 0$, se resuelve la ecuación correspondiente: $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1$. Como las raíces son simples, en cada una de ellas $x^2 - 1$ cambia de signo.

$x^2 - 1 \Rightarrow$ Si $x = 0 \Rightarrow 0^2 - 1 = -1 < 0 (-)$



$\text{Dom}(f) = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

3. **Continuidad:** es discontinua en $x = -1, x = 1$

• Para $x = -1$, se tiene:

$f(-1)$ no existe $\lim_{x \rightarrow -1^-} L(x^2 - 1) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} L(x^2 - 1)$ no existe.

Por tanto, para $x = -1$, la función tiene una discontinuidad de 2ª especie.

• Para $x = 1$, se tiene:

$f(1)$ no existe $\lim_{x \rightarrow 1^-} L(x^2 - 1)$ no existe $\lim_{x \rightarrow 1^+} L(x^2 - 1) = -\infty$

Por tanto, para $x = 1$, la función tiene una discontinuidad de 2ª especie.

4. **Periodicidad:** no es periódica, porque las funciones logarítmicas nunca lo son.

5. **Simetrías:** $f(-x) = L[(-x)^2 - 1] = L(x^2 - 1)$

Se observa que $f(-x) = f(x) \Rightarrow$ función par \Rightarrow simétrica respecto del eje Y

6. **Asíntotas:**

• Verticales: $x = -1, x = 1$

Posición de la curva respecto de las asíntotas verticales:

$\lim_{x \rightarrow -1^-} L(x^2 - 1) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} L(x^2 - 1)$ no existe.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} L(x^2 - 1) = \text{no existe.}$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} L(x^2 - 1) = -\infty$

• Horizontales: no tiene.

• Oblicuas: no tiene.

7. **Corte con los ejes:**

• **Eje X:** $L(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 1 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2}$, raíces simples. Se obtienen los puntos $A(-\sqrt{2}, 0)$; $B(\sqrt{2}, 0)$

• **Eje Y:** no lo corta.

