

TEMA 3

1. Halla el valor de k para que el polinomio siguiente sea divisible entre $x+2$

$$P(x) = -4x^3 + kx^2 + 5x - 7$$

2. Sean los siguientes polinomios:

$$P(x) = 5x^3 - 5x^2 + 3x - 6, Q(x) = -4x^3 + 3x^2 - 6x + 7$$

$$R(x) = -3x^4 + 8x^2 - 5x - 6$$

Calcula $P(x) + Q(x) - R(x) \cdot Q(x) =$

3. Calcula la siguiente división $(2x^5 - 3x^3 + 5x^2 - 2x - 3) : (3x - 1)$

4. Factoriza el siguiente polinomio: $P(x) = x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 8x^2 + 12x$

5. Calcula el mcm y el MCD de los siguientes polinomios

$$P(x) = x^2 - 9 \quad Q(x) = x^3 - 3x^2 + 2x \quad R(x) = x^2 + 3x - 4$$

6. Halla si 2 es una raíz y $(x+1)$ un factor del siguiente polinomio.

$$P(x) = -x^3 + 5x^2 - x + 7$$

7. (1,5) Calcula un polinomio de grado 2 que verifique que -1 es una raíz, que el valor numérico del polinomio para $x=-2$ es 9 y que $(x-7)$ es un factor.

8. (1,5) Calcula :

a) $\frac{2x+3}{x^2-4} - \frac{4-x}{x^2-5x+4} + \frac{5}{4x^2-16x} =$

b) $\frac{2x+6}{3x-3} \cdot \frac{x^2-9}{5x+15} : \frac{1-x^2}{x^2+4x+3} =$

9. Expresa si es posible como identidades notables:

a) $64x^8 - 25y^6 =$

b) $49a^6 + 84ab^2 + 36b^4$

c) $169x^4y^8 - 130x^2y^4z + 25z^2$

$$\textcircled{1} P(x) = -4x^3 + kx^2 - 5x - 7$$

$$P(-2) = 0 \Rightarrow -4(-2)^3 + k(-2)^2 + 5(-2) - 7 = 0$$

$$32 + 4k - 10 - 7 = 0 \Rightarrow k = \frac{-15}{4}$$

$$\textcircled{2} P(x) + Q(x) - R(x) \cdot Q(x) =$$

$$[5x^3 - 5x^2 + 3x - 6 + (-4x^3 + 3x^2 - 6x + 7)] - [(-3x^4 + 8x^2 - 5x - 6)(-4x^3 + 3x^2 - 6x + 7)] =$$

$$= [x^3 - 2x^2 - 3x + 1] - [12x^7 - 9x^6 + 18x^5 - 21x^4 - 32x^5 + 24x^4 - 48x^3 + 56x^2 + 20x^4 - 15x^3 + 30x^2 - 35x + 24x^3 - 18x^2 + 36x - 42] =$$

$$= -12x^7 + 9x^6 + 14x^5 - 23x^4 + 40x^3 - 70x^2 - 4x + 43$$

$$\textcircled{3} \begin{array}{r} 2x^5 \\ -2x^5 + \frac{2}{3}x^4 \\ \hline \frac{2}{3}x^4 - 3x^3 \\ -\frac{2}{3}x^4 + \frac{2}{9}x^3 \\ \hline -\frac{25}{9}x^3 + 5x^2 \\ +\frac{25}{9}x^3 - \frac{25}{27}x^2 \\ \hline \frac{110}{27}x^2 - 2x \\ -\frac{110}{27}x^2 + \frac{110}{81}x \\ \hline -\frac{52}{81}x - 3 \\ +\frac{52}{81}x - \frac{52}{243} \\ \hline -\frac{781}{243} \end{array}$$

$$C(x) = \frac{2}{3}x^4 + \frac{2}{9}x^3 - \frac{25}{27}x^2 + \frac{110}{81}x - \frac{52}{243}$$

$$R(x) = \frac{-781}{243}$$

$$\textcircled{4} P(x) = x(x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12) \quad \frac{-781}{243}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 2 & -7 & -8 & 12 \\ & & 1 & 3 & -4 & -12 \\ \hline & 1 & 3 & -4 & -12 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & -4 & -12 \\ -2 & & -2 & -2 \\ \hline 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$P(x) = x(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$$

$$\textcircled{5} \left. \begin{array}{l} P(x) = (x+3)(x-3) \\ Q(x) = x^3 - 3x^2 + 2x = x(x-1)(x-2) \\ R(x) = (x-1)(x+4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{MCD} = 1 \\ \text{mcm} = x(x-1)(x-2)(x+3)(x-3)(x+4) \end{array}$$

⑥ $P(2) = -2^3 + 5 \cdot 2^2 - 2 + 7 = -8 + 20 - 2 + 7 = 17 \neq 0$ No es raíz $x=2$
 $P(-1) = -(-1)^3 + 5(-1)^2 - (-1) + 7 = 1 + 5 + 1 + 7 = 14 \neq 0$ No es un factor $(x+1)$

1.5 ⑦ $P(x) = ax^2 + bx + c$
 $P(-1) = 0 \rightarrow a(-1)^2 + b(-1) + c = 0 \Rightarrow a - b + c = 0$
 $P(-2) = 9 \rightarrow a(-2)^2 + b(-2) + c = 9 \Rightarrow 4a - 2b + c = 9$
 $P(7) = 0 \rightarrow a \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c = 0 \Rightarrow 49a + 7b + c = 0$

$\cdot (-1) \begin{cases} -a + b - c = 0 \\ 4a - 2b + c = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3a - b = 9 \end{cases}$

$\cdot (-1) \begin{cases} -a + b - c = 0 \\ 49a + 7b + c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 48a + 8b = 0 \end{cases}$

$\cdot (8) \begin{cases} 24a - 8b = 72 \\ 48a + 8b = 0 \end{cases}$

$\frac{48a + 8b = 0}{72a = 72} \rightarrow \boxed{a=1}$

$\frac{48a + 8b = 0}{72a = 72} \rightarrow \boxed{a=1}$

$3 \cdot 1 - b = 9$

$3 - 9 = b$

$\boxed{b = -6}$

$a - b + c = 0 \Rightarrow 1 - (-6) + c = 0$

$\boxed{c = -7}$

$P(x) = x^2 - 6x - 7$

1.5 ⑧ a) $\frac{2x+3}{x^2-4} - \frac{4-x}{x^2-5x+4} + \frac{5}{4x^2-16x} = \frac{(2x+3) \cdot 4x(x-1)(x-4) - (4-x) \cdot 4x(x^2-4) + 5(x-1)(x^2-4)}{4x(x-1)(x+2)(x-2)(x-4)}$

$x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

$x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$

$4x^2 - 16x = 4x(x-4)$

$= \frac{8x^4 - 28x^3 - 28x^2 + 48x - (-4x^4 + 16x^3 + 16x^2 - 64x)}{4x(x-1)(x+2)(x-2)(x-4)}$

$+ \frac{5x^3 - 5x^2 - 20x + 20}{4x(x-1)(x+2)(x-2)(x-4)} = \frac{12x^4 - 39x^3 - 49x^2 + 92x + 20}{4x(x-1)(x+2)(x-2)(x-4)}$

b) $\frac{2x+6}{3x-3} \cdot \frac{x^2-9}{5x+15} \cdot \frac{1-x^2}{x^2+4x+3} = \frac{2(x+3)(x+3)(x-3)}{3(x-1)5(x+3)} \cdot \frac{(1-x)(1+x)}{(x+1)(x+3)} =$

$= \frac{2(x+3)(x+3)(x-3)(x+1)(x+3)}{3(x-1)5(x+3)(1-x)(1+x)} = \frac{2(x+3)^2(x-3)}{-15(x-1)^2}$

⑨ a) $64x^8 - 25y^6 = (8x^4 - 5y^3)(8x^4 + 5y^3)$

b) $49a^6 + 84ab^2 + 36b^4 \rightarrow \text{No}$

c) $169x^4y^8 - 130x^2y^4z + 25z^2 = (13x^2y^4 - 5z)^2$