Áreas y volúmenes

Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano $x+y+z=1$ con los ejes coordenados.

(Extremadura. Septiembre 2007. Opción A. Ejercicio 4)

Dados los puntos $A(1, 1, 0)$, $B(1, 1, 2)$ y $C(1, -1, 1)$:

a) Comprueba que no están alineados y calcula el área del triángulo que determinan.

b) Halla la ecuación del plano que contiene al punto A y es perpendicular a la recta determinada por B y C.

(Andalucía. Septiembre 2008. Opción B. Ejercicio 4)

Sea r la recta que pasa por el origen de coordenadas O y tiene como vector director $\vec{v}=(4, 3, 1)$. Hallar un punto P contenido en dicha recta, tal que si se llama Q a su proyección sobre el plano $\pi: z=0$, el triángulo OPQ tenga área 1.

(Madrid. Junio 2006. Opción B. Ejercicio 1)

Dados los puntos:

$A(4, -4, 9)$	$B(2, 0, 5)$	$C(4, 2, 6)$
$L(1, 1, 4)$	$M(0, 2, 3)$	$N(3, 0, 5)$

se pide:

a) Calcular la distancia d del punto C al punto medio del segmento de extremos A, B y el área S del triángulo de vértices A, B, C.

b) Calcular las ecuaciones implícitas del plano π que pasa por los puntos A, B, C y del plano π' que pasa por los puntos L, M, N.

c) Calcular la ecuación paramétrica de la recta r intersección de los planos π y π' y el ángulo α que determinan los planos π y π'.

(C. Valenciana. Junio 2006. Ejercicio B. Problema 2)

Dados el plano π: $2x+y+3z-1=0$ y el punto $Q(2, 1, 3)$, se pide calcular:

a) La distancia del punto Q al plano π.

b) El área del triángulo cuyos vértices P_1, P_2 y P_3 son los puntos de intersección del plano π con los ejes coordenados.

c) El volumen del tetraedro de vértices P_1, P_2, P_3 y Q.

(C. Valenciana. Septiembre 2007. Bloque 2. Problema 1)

Considera los puntos $A(1, -3, 2)$, $B(1, 1, 2)$ y $C(1, 1, -1)$:

a) Determina una ecuación general del plano que contiene a los tres puntos.

b) Halla un punto D para que A, B, C y D sean los vértices consecutivos de un rectángulo.

c) Halla un punto D para que A, B, C y D sean los vértices de un paralelogramo que no sea rectángulo.

d) Calcula el área del paralelogramo obtenido en el apartado anterior.

(Cantabria. Septiembre 2006. Bloque 3. Opción A)

98 Hallar el área del triángulo cuyos vértices son $A(1, 1, 0)$, $B(2, -1, 0)$ y $C(2, 4, 0)$.

(Castilla y León. Junio 2007. Prueba A. Cuestión 3)

99 El triángulo ABC es rectángulo en A, siendo $A(3, 0, -1)$, $B(6, -4, 5)$, $C(5, 3, z)$. Calcúlese el valor de z y hállese el área del triángulo.

(Castilla y León. Septiembre 2006. Prueba B. Cuestión 4)

100 Considera los puntos $A(1, 0, -2)$ y $B(-2, 3, 1)$.

a) Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en tres partes iguales.

b) Calcula el área del triángulo de vértices A, B y C, donde C es un punto de la recta de ecuación $-x=y-1=z$. ¿Depende el resultado de la elección concreta del punto C?

(Andalucía. Septiembre 2006. Opción B. Ejercicio 4)

101 a) Calcula la distancia del origen de coordenadas al plano que pasa por el punto $P(1, 1, 2)$ y es perpendicular a la recta r: $\left.\begin{aligned} 4x+y-z&=0 \\ y+z&=0 \end{aligned}\right\}$.

b) Calcula el área del triángulo que tiene por vértices los puntos de intersección del plano π: $x-2y+2z-3=0$ con los ejes coordenados. ¿Es un triángulo rectángulo?

(Galicia. Septiembre 2008. Bloque 2. Opción 1)

102 Un plano π corta a los ejes de coordenadas en los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(0, \lambda, 0)$, $C(0, 0, 4)$. Se pide:

a) Hallar el valor de $\lambda>0$ de manera que el volumen del tetraedro $OABC$ (donde O es el origen) sea 2.

b) Para el valor de $\lambda>0$ obtenido en el apartado a), calcular la longitud de la altura del tetraedro $OABC$ correspondiente al vértice O.

(Madrid. Septiembre 2006. Opción B. Ejercicio 4)

103 Dados los puntos $A(2, 2, 0)$, $B(0, 0, 2)$ y $C(0, 1, 2)$:

a) Halla el plano π que contiene a los tres puntos.

b) Calcula un punto P que esté a distancia de $2\sqrt{2}$ unidades del plano π y del punto medio del segmento AB.

c) Considerando $D(2, 1, 1)$ calcula el volumen del tetraedro limitado por los puntos A, B, C y D.

(Asturias. Septiembre 2007. Bloque 3)

104 Sea A el punto medio del segmento de extremos $P(3, 2, 1)$ y $Q(-1, 0, 1)$. Calcular el volumen del tetraedro de vértices A, $B(2, 1, 3)$, $C(1, 2, 3)$ y $D(3, 4, 1)$.

(Castilla y León. Septiembre 2007. Prueba B. Cuestión 2)

105 Halla la ecuación continua de la recta formada por todos los puntos que equidistan de $P(1, -1, 0)$, $Q(-1, 3, 2)$ y $R(3, 1, -2)$.

(Navarra. Junio 2007. Grupo 1. Opción A)