

ACTIVIDADES

Función primitiva de una función

43. Comprueba, en cada uno de los casos, que la función $F(x)$ es una primitiva de la función $f(x)$.

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $F(x) = 3x^5 - 2x + 1$ | $f(x) = 15x^4 - 2$ |
| b) $F(x) = (x^5 - 2)^3$ | $f(x) = 15x^4(x^5 - 2)^2$ |
| c) $F(x) = \frac{2-x}{x^3} + 7$ | $f(x) = \frac{2x-6}{x^4}$ |
| d) $F(x) = \frac{x-1}{x^2} - 3$ | $f(x) = \frac{-x+2}{x^3}$ |
| e) $F(x) = \ln \sqrt{x^2 + 2x}$ | $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 2x}$ |
| f) $F(x) = 5e^{-x^2} + 11$ | $f(x) = -10x e^{-x^2}$ |
| g) $F(x) = \text{arc tg } \sqrt{x}$ | $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$ |
| h) $F(x) = \cos^2 x - 1492$ | $f(x) = -\text{sen } 2x$ |

44. Calcula una función primitiva $F(x)$ de cada una de las siguientes funciones que cumpla la condición que se indica.

- | | |
|----------------------------------|-------------------------|
| a) $f(x) = 3x^2$ | $F(0) = 1$ |
| b) $f(x) = \frac{4}{5x}$ | $F(1) = 4$ |
| c) $f(x) = \text{sen } 3x$ | $F(\pi) = -\frac{1}{3}$ |
| d) $f(x) = e^{2x}$ | $F(0) = \frac{2}{3}$ |
| e) $f(x) = \frac{3}{4}(x^2 - 1)$ | $F(1) = \frac{1}{4}$ |

45. Halla mentalmente una primitiva de cada una de las funciones polinómicas, y comprueba que tu respuesta es correcta.

- | | |
|------------------|----------------------|
| a) $f(x) = 1001$ | e) $f(x) = x^2$ |
| b) $f(x) = 2x$ | f) $f(x) = 4x^3$ |
| c) $f(x) = x$ | g) $f(x) = (n+1)x^n$ |
| d) $f(x) = 3x^2$ | h) $f(x) = x^n$ |

46. Calcula mentalmente una primitiva de cada una de estas funciones con radicales, y comprueba que tu respuesta es correcta.

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| a) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ | d) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-4}}$ |
| b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ | e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+10}}$ |
| c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ | f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |

47. Halla mentalmente una primitiva de cada una de las siguientes funciones racionales, y comprueba que tu respuesta es correcta.

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| a) $f(x) = \frac{19}{x}$ | d) $f(x) = \frac{4}{2x+3}$ |
| b) $f(x) = \frac{1}{19x}$ | e) $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ |
| c) $f(x) = \frac{1}{19+x}$ | f) $f(x) = -\frac{1}{1+x^2}$ |

48. Calcula mentalmente una primitiva de cada una de estas funciones exponenciales, y comprueba tu respuesta.

- | | | |
|--------------------|-----------------------|----------------------|
| a) $f(x) = e^x$ | c) $f(x) = e^{5x+55}$ | e) $f(x) = e^{x-7}$ |
| b) $f(x) = e^{2x}$ | d) $f(x) = 2^x$ | f) $f(x) = 2^{9x+5}$ |

49. Obtén mentalmente una primitiva de cada una de estas funciones trigonométricas, y comprueba tu respuesta.

- | | |
|--------------------------|--------------------------------------|
| a) $f(x) = \cos x$ | d) $f(x) = 3 \text{ sen } x$ |
| b) $f(x) = \cos 3x$ | e) $f(x) = \text{sen } (x - \pi)$ |
| c) $f(x) = \cos (x + 3)$ | f) $f(x) = 3 \text{ sen } (x - \pi)$ |

50. Contesta a estas preguntas.

- a) ¿Por qué una primitiva de una función polinómica $f(x)$ es otra función polinómica $F(x)$?
- b) Si $f(x)$ es de grado n , ¿cuál es el grado de $F(x)$?

Integrales de funciones elementales

51. Calcula las siguientes integrales polinómicas.

- | | |
|--|---|
| a) $\int (2x - 3) dx$ | e) $\int (x + 3)^2 dx$ |
| b) $\int (3x^2 + 4x - 2) dx$ | f) $\int (1 - 2x)^2 dx$ |
| c) $\int \left(\frac{3}{4}x^3 - 3x^2 + 6x - 1 \right) dx$ | g) $\int \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - 5 \right) dx$ |
| d) $\int (x - 1)^3 dx$ | h) $\int (x - 3x + 2) dx$ |

52. Halla las integrales de las siguientes funciones que contienen radicales.

- | | |
|--|--|
| a) $\int 2\sqrt{x} dx$ | e) $\int (2 + \sqrt{x}) dx$ |
| b) $\int 2\sqrt{3x} dx$ | f) $\int (2 + \sqrt{3x}) dx$ |
| c) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - x \right) dx$ | g) $\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - x \right) dx$ |
| d) $\int (\sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{x}) dx$ | h) $\int \left(\frac{2}{\sqrt{2x}} + \frac{4}{\sqrt[4]{4x}} \right) dx$ |

53. Determina estas integrales de funciones racionales.

- | |
|---|
| a) $\int \frac{4}{x-2} dx$ |
| b) $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} \right) dx$ |
| c) $\int \left(\frac{2}{x+3} - \frac{1}{x-4} \right) dx$ |
| d) $\int \frac{1}{(x+4)^2} dx$ |
| e) $\int \left(\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{7}{x+3} \right) dx$ |
| f) $\int \left(\frac{2}{(x+3)^3} - \frac{5}{(x-3)^2} \right) dx$ |