

TEMA 3 1º BACHILLERATO A

- Resuelve las siguientes ecuaciones
 - $\cos 2x = 1 + 4 \operatorname{sen} x$
 - $\sqrt{3} \cos x + \operatorname{sen} x = 2$ (2 puntos)
- Demuestra la siguiente igualdad:
$$\frac{1 - \cos 2x}{\operatorname{sen}^2 x + \cos 2x} = 2 \operatorname{tg}^2 x$$
 (1 punto)
- Sabiendo que $\operatorname{sen} x = 2/5$ y que es un ángulo del 1º cuadrante, calcula sin averiguar el valor del ángulo:
a) $\sec x$ b) $\operatorname{tg}(-x)$ c) $\operatorname{sen}(180^\circ - x)$ d) $\operatorname{cosec}(180^\circ + x)$ (2 puntos)
- Utilizando los valores de los ángulos $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$. Calcula:
a) $\operatorname{sen} 135^\circ$ b) $\operatorname{tg} 15^\circ$ c) $\operatorname{cosec} 75^\circ$ d) $\sec 120^\circ$ (2 puntos)
- Calcula el área de un dodecágono regular cuya circunferencia inscrita tiene de radio 18 cm. (1 punto)
- Dos personas de una empresa de globos aerostáticos se encuentran en una planicie. Tienen unos clientes que no han subido nunca en globo y para comenzar el vuelo sujetan con una cuerda, cada uno de ellos el globo. En un momento dado, la distancia entre estas dos personas es de 800m y debido al viento, el que está a la izquierda lo sujeta con un ángulo de 35° y el que está a la derecha del globo con un ángulo de 50° . Determina:
 - La longitud de las dos cuerdas y la altura del globo.
 - Suponemos que se cae una bolsa de lastre del globo al suelo, luego cae perpendicularmente. ¿A qué distancia de cada uno de ellos cae? (2 puntos)

① a) $\cos 2x = 1 + 4 \sin x$

$$\begin{aligned} \cos^2 x - \sin^2 x = 1 + 4 \sin x &\rightarrow \cancel{1} - \sin^2 x - \sin^2 x = \cancel{1} + 4 \sin x \rightarrow 2 \sin^2 x + 4 \sin x = 0 \\ 2 \sin x (\sin x + 2) = 0 &\rightarrow 2 \sin x = 0 \rightarrow \sin x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0^\circ + 2k\pi \checkmark \\ x_2 = 180^\circ + 2k\pi \checkmark \end{cases} \\ \hookrightarrow \sin x + 2 = 0 &\rightarrow \sin x = -2 \quad \cancel{x} \end{aligned}$$

b) $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 2$

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \sqrt{1 - \sin^2 x} + \sin x = 2 &\rightarrow \sqrt{3(1 - \sin^2 x)} = [2 - \sin x]^2 \rightarrow \\ 3(1 - \sin^2 x) = 4 - 4 \sin x + \sin^2 x &\rightarrow 3 - 3 \sin^2 x = 4 - 4 \sin x + \sin^2 x \Rightarrow \\ 4 \sin^2 x - 4 \sin x + 1 = 0 &\rightarrow 4t^2 - 4t + 1 = 0 \rightarrow (2t - 1)^2 = 0 \rightarrow t = \frac{1}{2} \\ t = \sin x = \frac{1}{2} &\rightarrow \begin{cases} x_1 = 30^\circ + 2k\pi \checkmark \\ x_2 = 150^\circ + 2k\pi \quad \times \end{cases} \end{aligned}$$

②

$$\frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 x + \cos 2x} = 2 \operatorname{tg}^2 x$$

$$\frac{1 - [\cos^2 x - \sin^2 x]}{\sin^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{1 - \cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{2 \sin^2 x}{\cos^2 x} = 2 \operatorname{tg}^2 x$$

③

$\sin x = 2/5$

(2) a) $\sec x = \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 4/25}} = \frac{1}{\sqrt{21/25}} = \frac{5}{\sqrt{21}} = \frac{5\sqrt{21}}{21} = 1,0911$

b) $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x = -\frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{2/5}{\sqrt{21}/5} = -\frac{2}{\sqrt{21}} = -\frac{2\sqrt{21}}{21} = -0,4364$

c) $\sin(180^\circ - x) = \sin x = 2/5$

d) $\operatorname{cosec}(180^\circ + x) = \frac{1}{\sin(180^\circ + x)} = \frac{1}{-\sin x} = \frac{1}{-2/5} = -5/2$

④

(2)

a) $\sin 135^\circ = \sin(90^\circ + 45^\circ) = \sin 90^\circ \cos 45^\circ + \cos 90^\circ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\operatorname{tg} 15^\circ = \operatorname{tg} \frac{30^\circ}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ}} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{3}/2}{1 + \sqrt{3}/2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}} = 0,2679$

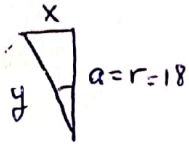
c) $\operatorname{cosec} 75^\circ = \frac{1}{\sin 75^\circ} = \frac{1}{\sin(45^\circ + 30^\circ)} = \frac{1}{\sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ} =$

$$= \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = 1,0353$$

$$d) \sec 120^\circ = \frac{1}{\cos 120^\circ} = \frac{1}{\cos(2 \cdot 60^\circ)} = \frac{1}{\cos^2 60^\circ - \tan^2 60^\circ} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{3}{4}} = \frac{1}{-\frac{2}{4}} = -\frac{4}{2} = -2$$

(5)

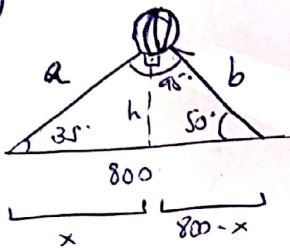


$$360^\circ : 24 = 15^\circ$$

$$\operatorname{tg} 15^\circ = \frac{x}{18} \rightarrow x = 18 \cdot \operatorname{tg} 15^\circ = 4,82 \text{ cm}$$

$$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{(4,82 \cdot 2) \cdot 12 \cdot 18}{2} = 1041,12 \text{ cm}^2$$

(6)



$$a) \frac{800}{\operatorname{sen} 45^\circ} = \frac{a}{\operatorname{sen} 50^\circ} \rightarrow a = 615,18 \text{ m} \quad h = 352,85$$

$$\frac{800}{\operatorname{sen} 45^\circ} = \frac{b}{\operatorname{sen} 35^\circ} \rightarrow b = 460,61 \text{ m}$$

$$b) \cos 35^\circ = \frac{x}{a} \rightarrow x = 615,18 \cdot \cos 35^\circ = 503,93 \text{ m}$$

Está a 503,93 m de uno y 296,07 m de otro.