TEMAS 8 Y 9. 2º BACHILLERATO A

2. Calcula el valor de la derivada en el punto (1,-1) de la siguiente función: (1 punto)

$$2y^4 + 8x^3y - 4y^2x^2 + 4 = 0$$

2. Calcula los siguientes límites: (3 puntos)

   e. $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - x\,cosx - 1}{sen\,x - x + 1 - cos\,x}$

   f. $\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{lnx} - \frac{2}{x^2-1}\right)$

   g. $\lim_{x\to 0} (\operatorname{sen} x)^{3x^2}$

   h. Calcula los valores de a para que el $\lim_{x\to 0} \frac{sen\,x^2}{cos^2\,ax - 1} = -1$

3. Calcula las siguientes derivadas: (2 puntos)

   a. $y = \left(\frac{\cos x}{x^2 - 5x + 2}\right)^{3x+5}$

   b. $y = \sqrt[x]{\frac{senx}{e^{tg3x}}}$

4. Sea la función $f(x) = |2x - 1|$. ¿Se cumple el teorema de Rolle en el intervalo $[0,1]$. En caso afirmativo calcula el valor c que lo verifica. (1 punto)

5. Entre todos los rectángulos de perímetro 12 m, ¿cuál es el que tiene la diagonal menor? (1 punto)

6. Sea f(x) la función dada por: $f(x) = \begin{cases} sen\,x & si\ x \leq 0 \\ (ax^2 + bx + c)e^{-x} & si\ x > 0 \end{cases}$

   Calcula los valores de a, b y c que hacen que la función sea continua y derivable en x=0 (2 puntos)

TEMAS 8,9 . 2º BACH A

(1) 1 $2y^4+8x^3y-4y^2x^2+4=0$ en $(1,-1)$

$$8y^3y'+24x^2y+8x^3y'-8yy'x^2-8y^2x=0$$

$$y'=\frac{8y^2x-24x^2y}{8y^3+8x^3-8yx^2}=\frac{8+24}{-8+8+8}=\frac{32}{8}=4$$

(3) 2

a) $$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-x\cos x-1}{\operatorname{sen}x-x+1-\cos x}=\left[\frac{0}{0}\right]\underset{L'H}{=}\lim_{x\to 0}\frac{e^x-\cos x+x\operatorname{sen}x}{\cos x-1+\operatorname{sen}x}=\left[\frac{0}{0}\right]\underset{L'H}{=}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x+\operatorname{sen}x+\operatorname{sen}x+x\cos x}{-\operatorname{sen}x+\cos x}=\frac{1}{1}=1$$

b) $$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{2}{x^2-1}\right)=[\infty-\infty]=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1-2\ln x}{\ln x\cdot(x^2-1)}=\left[\frac{0}{0}\right]\underset{L'H}{=}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{2x-\frac{2}{x}}{\frac{1}{x}\cdot(x^2-1)+\ln x\cdot 2x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{2+\frac{2}{x^2}}{-\frac{1}{x^2}(x^2-1)+\frac{1}{x}2x+\frac{1}{x}\cdot 2x+\ln x\cdot 2}=\frac{4}{2+2}=$$

c) $$\lim_{x\to 0}(\operatorname{sen}x)^{3x^2}$$

$$\ln\left(\lim_{x\to 0}(\operatorname{sen}x)^{3x^2}\right)=\lim_{x\to 0}\left[3x^2\cdot\ln(\operatorname{sen}x)\right]=[0\cdot\infty]=\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\operatorname{sen}x)}{\frac{1}{3x^2}}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\underset{L'H}{=}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\cos x}{\operatorname{sen}x}}{-\frac{2}{3x^3}}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x\cdot 3x^3}{-2\operatorname{sen}x}=\left[\frac{0}{0}\right]\underset{L'H}{=}\lim_{x\to 0}\frac{-\operatorname{sen}x\cdot 3x^3+\cos x\cdot 27x^2}{-2\cos x}=\frac{0}{-2}$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 0}(\operatorname{sen}x)^{3x^2}=e^0$$

d) $$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x^2}{\cos^2 ax-1}=-1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x^2}{\cos^2 ax-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x^2\cdot 2x}{2a\cos ax\cdot(-\operatorname{sen}ax)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{(-\operatorname{sen}x^2\cdot 2x\cdot 2x)+\cos x^2\cdot 2}{-2a^2\operatorname{sen}ax(-\operatorname{sen}ax)+2a^2\cos ax\cdot(-\cos ax)}=\frac{2}{-2a^2}=-1$$

$$\frac{2}{-2a^2}=-1\Rightarrow 2=2a^2\Rightarrow a^2=1\Rightarrow\boxed{a=\pm 1}$$

(2) 3 a) $$y=\left(\frac{\cos x}{x^2-5x+2}\right)^{3x+5}\Rightarrow\ln y=(3x+5)\ln\left[\frac{\cos x}{x^2-5x+2}\right]$$

$$\frac{y'}{\cancel{y}}=\left[3\cdot\ln\left(\frac{\cos x}{x^2-5x+2}\right)+(3x+5)\cdot\frac{1}{\frac{\cos x}{x^2-5x+2}}\cdot\frac{-\operatorname{sen}x\cdot(x^2-5x+2)-\cos x\cdot(2x-5)}{(x^2-5x+2)^2}\right.$$

$$\cdot\left(\frac{\cos x}{x^2-5x+2}\right)^{3x+5}$$

b) $y = \left(\dfrac{\text{sen } x}{e^{tg\, 3x}}\right)^{1/x} \Longrightarrow \ln y = \dfrac{1}{x} \cdot \ln\left(\dfrac{\text{sen } x}{e^{tg\, 3x}}\right)$

$$\frac{y'}{\cancel{y}} = \left[-\frac{1}{x^2} \cdot \ln\left(\frac{\text{sen } x}{e^{tg\, 3x}}\right) + \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\frac{\text{sen } x}{e^{tg\, 3x}}} \cdot \frac{\cos x \cdot e^{tg\, 3x} - \text{sen } x \cdot e^{tg\, 3x}(1+tg^2 3x)\cdot}{\left(e^{tg\, 3x}\right)^2} \right.$$

$$\cdot \left(\sqrt[x]{\frac{\text{sen } x}{e^{tg\, 3x}}} \right)$$

1 (4) $f(x) = |2x-1| = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x \geq \frac{1}{2} \\ -2x+1 & \text{si } x < 1/2 \end{cases}$ $\qquad f'(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \geq 1/2 \\ -2 & \text{si } x < 1/2 \end{cases}$

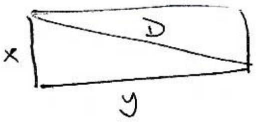
f cont en $[0,1]$ $\qquad \lim_{x\to 1/2^-} (-2x+1) = 0$ $\qquad f'(1/2^-) = 2 \neq f'(1/2^+)$

$\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad$ No es derivable en $(0,1)$

$\lim_{x\to 1/2^+} (2x-1) = 0$

Luego no se cumplen las condiciones del T. de Rolle y no se puede aplicar.

1 (5)



$2x + 2y = 12 \rightarrow y = \dfrac{12-2y}{2} = 6 - x$

$D = \sqrt{x^2+y^2}$

$f(x) = \sqrt{x^2 + (6-x)^2} = \sqrt{x^2 + 36 - 12x + x^2} = \sqrt{2x^2 - 12x + 36}$

$f'(x) = \dfrac{4x-12}{2\sqrt{2x^2-12x+36}} = 0 \Longrightarrow 4x - 12 = 0 \Longrightarrow x = 3$

$(0,3)$ $f'(x) < 0$ DEC

$(3,12)$ $f'(x) > 0$ CREC $\quad >$ MÍN $(3, \sqrt{18})$

Lado 3 y diagonal $\sqrt{18}$

2 (6) $f(x) = \begin{cases} \text{sen } x & \text{si } x \leq 0 \\ (ax^2+bx+c)e^{-x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ $\qquad f'(x) = \begin{cases} \cos x & \text{si } x \leq 0 \\ (2ax+b)e^{-x} - (ax^2+bx+c)e^{-x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

$\qquad e^{-x}(2ax+b-ax^2-bx-c)$

Cont. por ser polinómica, sen, y exp.

$\lim_{x\to 0^-} \text{sen } x = 0$

$\qquad \shortparallel$

$\lim_{x\to 0^+} (ax^2+bx+c)e^{-x} = c$

$\boxed{c=0}$

$f'(0^-) = 1$

$\qquad \shortparallel$

$f'(0^+) = b - c$ $\Rightarrow 1 = b - c \Rightarrow b = 1 + c$

$\boxed{b=1}$

$a \in \mathbb{R}$

$b = 1$

$c = 0$