CONTROL TEMA 4

1. Dado el vector $\vec{u}\,(-7,1)$ calcula un vector $\vec{v}$, con módulo $\sqrt{76}$ y su producto escalar sea -31.
2. Los vértices consecutivos de un cuadrado son A(-4,5) y B(-1,-3) y C(6,0) calcula el otro vértice.
3. Clasifica el triángulo de vértices A(5,-2), B(12,8) y C(6,-4) según sus ángulos.
4. Dado el vector $\vec{u}\,(2,-1)$, determina el módulo del producto escalar de $\vec{u}$ por $\vec{v}$, si sabemos que la proyección de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$ es 3.
5. Dados los vectores $\vec{u}\,(2,-7)$, $\vec{v}\,(-5,1)$ y $\vec{w}\,(k,-4)$, $calcula$:
    a. El producto escalar de $\vec{u}\cdot\vec{v}$
    b. Los módulos de $\vec{u},\vec{v}$
    c. La proyección de $\vec{u}\ sobre\ \vec{v}$
    d. La proyección de $\vec{v}\ sobre\ \vec{u}$
    e. El valor de k para que $\vec{u}\ sea\ perpendicular\ a\ \vec{w}$
    f. El valor de k para que $\vec{v}\ sea\ proporcional\ a\ \vec{w}$
    g. El ángulo que forman $\vec{u}\ y\ \vec{v}$
    h. Si k= -4, calcular $6\vec{u}-3(-5\vec{v}-4\,\vec{w})$ (4 puntos)
6. Dados los puntos A(-2,-14), B(- 5,-3), C(k,8) calcula el valor de k para que:
    a. Los tres puntos estén alineados.
    b. Los tres puntos no estén alineados.
    c. El punto B sea el punto medio entre A y C
    d. El vector $\overrightarrow{AB}$ forme un ángulo de 30º con $\overrightarrow{AC}$ (2 puntos)

T4

(1) $\vec{u}(-7,1)$ $|\vec{v}|=\sqrt{76}$ $\vec{u}\cdot\vec{v}=-31$

$\vec{v}(x,y)$ $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{76}$
$(-7,1)(x,y)=-31$

$x^2+y^2=76$
$-7x+y=-31 \rightarrow y=7x-31$
$(7x-31)^2+x^2=76$
$49x^2-434x+961+x^2=76$
$50x^2-434x+885=0$

$x_1=5{,}4$ $y_1=6{,}8$
$x_2=3{,}27$ $y_2=-8{,}11$

$\vec{v}_1(5{,}4\ ;\ 6{,}8)$
$\vec{v}_2(3{,}27\ ;\ -8{,}11)$

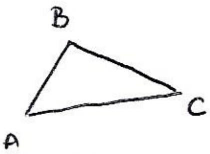
(2) $PM(\overline{AC})=\left(\frac{-4+6}{2}, \frac{5+0}{2}\right)=\left(1,\frac{5}{2}\right)$

$PM(\overline{BD})=\left(1,\frac{5}{2}\right)=\left(\frac{-1+x}{2}, \frac{-3+y}{2}\right) \rightarrow$ $1=\frac{-1+x}{2} \rightarrow x=3$

$\frac{5}{2}=\frac{-3+y}{2} \rightarrow y=8$

$D(3;8)$

(3)



$\vec{AB}(7,10)$
$\vec{AC}(1,-2)$
$\vec{BC}(-6,-12)$

$\vec{AB}\cdot\vec{AC}=7-20=-13$
$\vec{AB}\cdot\vec{BC}=-42-120=-162$
$\vec{CB}\cdot\vec{CA}=-6+24=18$

$\cos\alpha_1=\frac{|-13|}{\sqrt{49+100}\ \sqrt{1+4}} \Rightarrow \alpha_1=61{,}56°$

$\cos\alpha_2=\frac{|-162|}{\sqrt{149}\ \sqrt{180}} \Rightarrow \alpha_2=8{,}42°$

$\alpha_3=110{,}02°$ Obtusángulo.

(4) $\vec{u}(2,-1)$
$|\vec{u}\cdot\vec{v}|$

$Proy_{\vec{u}}\vec{v}=3=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{u}|} \rightarrow |\vec{u}\cdot\vec{v}|=3\cdot|\vec{u}|$
$|\vec{u}\cdot\vec{v}|=3\sqrt{5}$

(5) $\vec{u}(2,-7)$ $\vec{v}(-5,1)$ $\vec{w}(k,-4)$

a) $\vec{u}\cdot\vec{v}=(2,-7)(-5,1)=-10-7=-17$

b) $|\vec{u}|=\sqrt{4+49}=\sqrt{53}$
$|\vec{v}|=\sqrt{25+1}=\sqrt{26}$

c) $Proy_{\vec{v}}\vec{u}=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{v}|}=\frac{17}{\sqrt{26}}=\frac{17\sqrt{26}}{26}$

d) $Proy_{\vec{u}}\vec{v}=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{u}|}=\frac{17}{\sqrt{53}}=\frac{17\sqrt{53}}{53}$

e) $(2,-7)(k,-4)=0 \Rightarrow 2k+28=0 \rightarrow k=-14$

f) $(-5,1)=\alpha(k,-4) \Rightarrow$ $-5=\alpha k$
$1=-4\alpha$ $\alpha=-\frac{1}{4}$

$k=\frac{-5}{-1/4}=20$

g) $\cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \dfrac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} = \dfrac{17}{\sqrt{53}\,\sqrt{26}} = 0{,}46 \Longrightarrow \alpha = 62{,}74^\circ$

h) $6(2,-7) - 3[-5(-5,1) - 4(-4,-4)] = (12,-42) - 3[(41,11)] =$

$= (-111,-75)$

6. $A(-2,-14)$, $B(-5,-3)$, $C(k,8)$

a) $\vec{AB} = \alpha\,\vec{AC}$ $\quad (-3,11) = \alpha(k+2,22)$

$\left.\begin{array}{l} -3 = \alpha(k+2) \\ 11 = \alpha\cdot 22 \end{array}\right\} \alpha = \dfrac{11}{22} = \dfrac{1}{2}$

$-3 = \dfrac{1}{2}(k+2)$

$k+2 = -6$

$\boxed{k=8}$

b) Si $k \neq -8$

c) $(-5,3) = \left(\dfrac{-2+k}{2}, \dfrac{-14+8}{2}\right) \Rightarrow -5 = \dfrac{-2+k}{2} \rightarrow k = -8$

$3 = \dfrac{-6}{2}$ $\quad 3 \neq -3 \quad \nexists k$

d) $\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{|-3(k+2) + 11\cdot 22|}{\sqrt{9+121}\cdot\sqrt{(k+2)^2+484}}$

$\sqrt{3}\cdot\sqrt{130}\cdot\sqrt{k^2+4k+488} = 2|-3k-6+242|$

$\left(\sqrt{390(k^2+4k+488)}\right)^2 = (|-6k+472|)^2$

$390k^2 + 1560k + 190320 - 36k^2 + 5664k - 222784 = 0$

$354k^2 + 7224k - 32464 = 0 \rightarrow k_1 = 3{,}79$

$\hookrightarrow k_2 = -24{,}20$