TEMA 3. 1º BACHILLERATO A

2 1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a.\quad sen\,2x - tg\,x = 0$$

$$b.\quad \sqrt{3}\,senx + \cos x = 1$$

1.5 2. Sabiendo que $sen \propto = \frac{2}{5}$ y que α es un ángulo del 1º cuadrante, calcula sin averiguar el valor de α

a. cos α b. sec (-α) c. cotg(180º +α) d. sen (360º - α)

1.5 3. Utilizando los valores de los ángulos 30º, 45º y 60º. Calcula:

a. tg 15º b. cos 300º c. sec 120º d. sen 15º

1 4. Demuestra: $\frac{\cos 2x}{\cos x} - \frac{sen\,2x}{senx} = \frac{-1}{\cos x}$

2 5. Un paracaidista de acrobacias sabe que, en su caída libre dese el avión tiene que abrir el paracaídas cuando su altímetro le indique que le quedan 300 m para llegar al suelo. Suponemos que en el momento que se lanza el avión se encuentra en suspensión (sin movimiento) y lo observamos con un ángulo de 15º, cuando abre el paracaídas le vemos con un ángulo de 5º. Se pide calcular la altura desde la que se ha lanzado y la distancia que recorreremos para encontrarnos con él.

2 6. Calcula el área de un decágono regular cuya circunferencia inscrita tiene de radio 8 cm.

TEMA 3 1º Bach A (1)

① a) $\operatorname{sen} 2x - \operatorname{tg} x = 0$

(2)

$$2 \operatorname{sen} x \cos x - \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = 0 \Rightarrow \frac{2 \operatorname{sen} x \cos^2 x - \operatorname{sen} x}{\cos x} = 0 \Rightarrow \operatorname{sen} x (2\cos^2 x - 1) = 0$$

$\rightarrow \operatorname{sen} x = 0 \rightarrow x_1 = 0° + 2k\pi$ ✓

$\qquad \hookrightarrow x_2 = 180° + 2k\pi$ ✓

$\rightarrow 2\cos^2 x - 1 = 0 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\qquad +\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x_3 = 45° + 2k\pi$

$\qquad\qquad \hookrightarrow x_4 = 315° + 2k\pi$

$\qquad -\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x_5 = 135° + 2k\pi$

$\qquad\qquad \hookrightarrow x_6 = 225° + 2k\pi$

b) $\sqrt{3} \operatorname{sen} x + \cos x = 1 \Rightarrow \sqrt{3}\sqrt{1-\cos^2 x} + \cos x = 1 \Rightarrow \left(\sqrt{3(1-\cos^2 x)}\right)^2 = (1-\cos x)^2$

$\Rightarrow 3(1-\cos^2 x) = 1 - 2\cos x + \cos^2 x \Rightarrow 3 - 3\cos^2 x - 1 + 2\cos x - \cos^2 x = 0 \Rightarrow$

$-4\cos^2 x + 2\cos x + 2 = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \longrightarrow x_1 = 0° + 2k\pi$ ✓

$\qquad \hookrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \longrightarrow x_2 = 120° + 2k\pi$ ✓

$\qquad\qquad \hookrightarrow x_3 = 240° + 2k\pi$ ✗

② $\operatorname{sen} \alpha = \frac{2}{5}$

(1,5)

a) $\cos \alpha = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5} = 0{,}91$

b) $\sec(-\alpha) = \frac{1}{\cos(-\alpha)} = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\frac{\sqrt{21}}{5}} = \frac{5}{\sqrt{21}} = \frac{5\sqrt{21}}{21} = 1{,}09$

c) $\operatorname{cotg}(180° + \alpha) = \frac{\cos(180° + \alpha)}{\operatorname{sen}(180° + \alpha)} = \frac{-\cos\alpha}{-\operatorname{sen}\alpha} = \frac{\sqrt{21}/5}{2/5} = \frac{\sqrt{21}}{2} = 2{,}29$

d) $\operatorname{sen}(360° - \alpha) = -\operatorname{sen}\alpha = -\frac{2}{5}$

③ (1,5)

a) $\operatorname{tg} 15° = \operatorname{tg}\left(\frac{30°}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\cos 30°}{1+\cos 30°}} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = 0{,}2679$

b) $\cos 300° = \cos(360° - 60°) = \cos 60° = \frac{1}{2}$

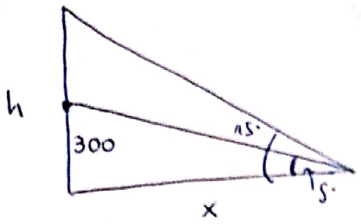
c) $\sec 120° = \frac{1}{\cos 120°} = \frac{1}{\cos(180° - 60°)} = \frac{1}{-\cos 60°} = -\frac{1}{1/2} = -2$

d) $\operatorname{sen} 15° = \sqrt{\frac{1-\cos 30°}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} = 0{,}26.$

4 (1) $\frac{\cos 2x}{\cos x} - \frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} x} = \frac{\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x}{\cos x} - \frac{2 \operatorname{sen} x \cos x}{\operatorname{sen} x} = \frac{\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x - 2\cos^2 x}{\cos x} =$

$= \frac{-\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x}{\cos x} = \frac{-(\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x)}{\cos x} = -\frac{1}{\cos x}$

5 (2)



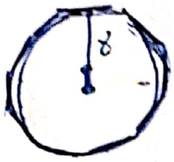
$tg\ 5° = \frac{300}{x} \longrightarrow x = 300\ tg\ 5° = 3429\ m$

$tg\ 15° = \frac{h}{x} \longrightarrow h = x \cdot tg\ 15°$

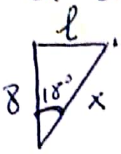
$h = 3429 \cdot tg\ 15°$

$h = 918{,}80\ m$ se ha lanzado

6 (2)



Si la circunferencia está inscrita apotema = radio



$360° : 20 = 18°$

$tg\ 18° = \frac{l}{8} \longrightarrow l = 8 \cdot tg\ 18° = 2{,}6$

Lado $= 2l = 2 \cdot 2{,}6 = 5{,}2$ cm

Área $= \frac{P \cdot a}{2} = \frac{5{,}2 \cdot 10 \cdot 8}{2} = 208\ cm^2$

CONTROL TEMA 3. 1º BACH A 2020 (2)

(2) 1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $8\cos 2x = 8\,cox - 9$

b. Sen 2x = tg x

(1) 2. Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{1-\cos 2x}{2\,sen\,x} - \frac{sen\,2x}{1+\cos 2x} = sen\,x - tg\,x$$

(1,5) 3. Sabiendo que $sen\,x = \frac{1}{3}$ y que es un ángulo del 1º cuadrante, calcula sin averiguar el valor del ángulo:

a) Cos x b) sec (-x) c) cotg (180º -x) d) sen (360º -x)

(1,5) 4. Utilizando los valores de los ángulos 30º, 45º y 60º . Calcula:

a) Sen 135º b) cos 315º c) cosec 75º d) cotg 22,5º

(2) 5. Desde la azotea de un edificio vemos el punto más alto de una iglesia con un ángulo de 30º con la horizontal. Si avanzamos 40 m en dirección de la iglesia y nos situamos en el extremo de la azotea, se ve el punto más alto de la iglesia con un ángulo de 45º y también se observa el pie de la iglesia bajo un ángulo de 60º con la horizontal de la visual. Encuentra la altura de la iglesia y del edificio.

(2) 6. Calcula el área de un decágono regular cuya circunferencia circunscrita tiene de radio 12 cm.

CONTROL TEMA 3 1ºBach A (2)

(1) a) $8\cos 2x = 8\cos x - 9$

1 $8(\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x) = 8\cos x - 9 \rightarrow 8(\cos^2 x - (1-\cos^2 x)) = 8\cos x - 9$

$\rightarrow 8(\cos^2 x - 1 + \cos^2 x) = 8\cos x - 9 \rightarrow 16\cos^2 x - 8\cos x + 1 = 0$

$\cos x = t \rightarrow 16t^2 - 8t + 1 = 0 \rightarrow t = \dfrac{8 \pm \sqrt{64-64}}{32} = \dfrac{1}{4}$

$\cos x = \frac{1}{4} \rightarrow x_1 = 75{,}52^\circ + 2k\pi$

$\quad \rightarrow x_2 = 284{,}48^\circ + 2k\pi$

b) $\operatorname{sen} 2x = \operatorname{tg} x$

1 $2\operatorname{sen} x \cos x = \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \rightarrow 2\operatorname{sen} x \cos^2 x = \operatorname{sen} x \rightarrow 2\operatorname{sen} x \cos^2 x - \operatorname{sen} x = 0$

$2\operatorname{sen} x(1-\operatorname{sen}^2 x) - \operatorname{sen} x = 0 \rightarrow 2\operatorname{sen} x - 2\operatorname{sen}^3 x - \operatorname{sen} x = 0 \rightarrow$

$\operatorname{sen} x - 2\operatorname{sen}^3 x = 0 \rightarrow \operatorname{sen} x(1 - 2\operatorname{sen}^2 x) = 0 \rightarrow \operatorname{sen} x = 0 \rightarrow x_1 = 0^\circ + 2k\pi$ ✓

$\quad \rightarrow x_2 = 180^\circ + 2k\pi$ ✓

$\quad \rightarrow \operatorname{sen} x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \rightarrow x_3 = 45^\circ + 2k\pi$ ✗

$\quad \rightarrow x_4 = 135^\circ + 2k\pi$ ✗

$\quad \rightarrow x_5 = 225^\circ + 2k\pi$ ✗

$\quad \rightarrow x_6 = 315^\circ + 2k\pi$ ✗

(2) $\dfrac{1-\cos 2x}{2\operatorname{sen} x} - \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{1+\cos 2x} = \operatorname{sen} x - \operatorname{tg} x$

1

$\dfrac{1-(\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x)}{2\operatorname{sen} x} - \dfrac{2\operatorname{sen} x \cos x}{1+\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 y} = \dfrac{1-\cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x}{2\operatorname{sen} x} - \dfrac{2\operatorname{sen} x \cos x}{1+1-\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 x} =$

$= \dfrac{\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}^2 x}{2\operatorname{sen} x} - \dfrac{2\operatorname{sen} x \cos x}{2-2\operatorname{sen}^2 x} = \dfrac{\cancel{2}\operatorname{sen}^{\cancel{2}} x}{\cancel{2}\cancel{\operatorname{sen}} x} - \dfrac{2\operatorname{sen} x \cos x}{2(1-\operatorname{sen}^2 x)} =$

$= \operatorname{sen} x - \dfrac{\cancel{2}\operatorname{sen} x \cancel{\cos x}}{\cancel{2}\cos^{\cancel{2}} x} = \operatorname{sen} x - \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \operatorname{sen} x - \operatorname{tg} x$

(3) $\operatorname{sen} x = \frac{1}{3}$

1,5

a) $\cos x = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2 x} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \dfrac{\sqrt{8}}{3} = 0{,}94$

b) $\sec(-x) = \dfrac{1}{\cos(-x)} = \dfrac{1}{\cos x} = \dfrac{1}{\frac{\sqrt{8}}{3}} = \dfrac{3}{\sqrt{8}} = \dfrac{3\sqrt{8}}{8} = 1{,}06$

c) $\operatorname{cotg}(180^\circ - x) = \dfrac{\cos(180^\circ - x)}{\operatorname{sen}(180^\circ - x)} = \dfrac{-\cos x}{\operatorname{sen} x} = \dfrac{-\sqrt{8}/3}{1/3} = -\sqrt{8} = -2{,}83$

d) $\operatorname{sen}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{sen} x = -\dfrac{1}{3} = -0{,}33$

(4) a) $\operatorname{sen} 135^\circ = \operatorname{sen}(180^\circ - 45^\circ) = \operatorname{sen} 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

1,5

b) $\cos 315^\circ = \cos(360^\circ - 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\operatorname{cosec} 75^\circ = \frac{1}{\operatorname{sen} 75^\circ} = \frac{1}{\operatorname{sen}(45^\circ + 30^\circ)} = \frac{1}{\operatorname{sen} 45 \cos 30 + \cos 45 \operatorname{sen} 30} =$

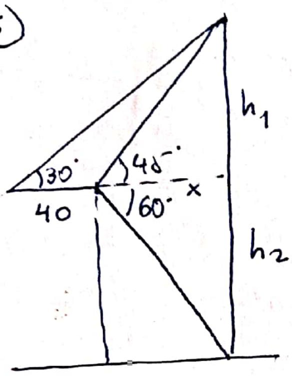
$= \frac{1}{\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}} = \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = 1{,}035$

d) $\operatorname{cotg} 22{,}5^\circ = \operatorname{cotg}\left(\frac{45^\circ}{2}\right) = \frac{1}{\operatorname{tg}\left(\frac{45^\circ}{2}\right)} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1-\cos 45}{1+\cos 45^\circ}}} =$

$= \frac{\sqrt{1+\sqrt{2}/2}}{\sqrt{1-\sqrt{2}/2}} = 2{,}41$

(5)

2



$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h_1}{40+x}$

$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{h_1}{x}$

$(40+x)\operatorname{tg} 30^\circ = x \cdot \operatorname{tg} 45^\circ$

$23{,}09 + 0{,}58x = x$

$23{,}09 = 0{,}42x$

$\boxed{x = 54{,}98 \text{ m}}$

$\boxed{h_1 = 54{,}98 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 54{,}98 \text{ m}}$

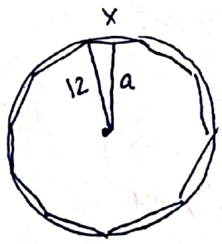
$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{h_2}{x} \rightarrow h_2 = 54{,}98 \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 95{,}23 \text{ m}$

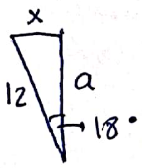
El edificio mide 95,23 m

La Iglesia mide 95,23 + 54,98 = 150,21 m.

(6)

2





$360^\circ : 20^\circ = 18^\circ$

$\operatorname{sen} 18^\circ = \frac{x}{12} \rightarrow x = 3{,}7 \text{ cm}$

$\cos 18^\circ = \frac{a}{12} \rightarrow a = 11{,}41 \text{ cm}$

lado $= 2x = 7{,}42$ cm

Área $= \frac{P \cdot a}{2} = \frac{7{,}42 \cdot 10 \cdot 11{,}41}{2} = 423{,}31 \text{ cm}^2$.