

18/1/2022, 1º Bachillerato A

1. Escribe el desarrollo de $(2x - 3y)^8$
2. Resuelve: $\left(\frac{x-1}{x-2}\right) \cdot \left(\frac{x+2}{x+1}\right) = 4$
3. Resuelve el siguiente sistema: (2 puntos)
$$\begin{cases} -x + y + z = 2 \\ 2x - y + 2z = 0 \\ -x - 3z = -2 \end{cases}$$
4. Resuelve el siguiente sistema:
$$\begin{cases} \log_5(x) + \log_5(y) = 2 \\ 2\log_5(x) - \log_5(y) = 1 \end{cases}$$
5. Calcula la siguiente división $(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) : (x - 1)$
6. Resuelve la siguiente ecuación: $(x^4 - 13x^2 + 36 = 0)$
7. Resuelve la siguiente ecuación: $\sqrt{x^2 + 6x} = x + \sqrt{2x}$
8. En un examen tipo test, las preguntas correctas suman un punto y las incorrectas restan medio punto. En total hay 100 preguntas y no se admiten respuestas en blanco (hay que contestar todas).
La nota de un alumno es 8.05 sobre 10. Calcular el número de preguntas que contestó correcta e incorrectamente. (2 puntos)

18/1/2022

①

$$\begin{aligned}(2x-3y)^8 &= \binom{8}{0} (2x)^8 + \binom{8}{1} (2x)^7 (-3y)^1 + \binom{8}{2} (2x)^6 (-3y)^2 + \\ &+ \binom{8}{3} (2x)^5 (-3y)^3 + \binom{8}{4} (2x)^4 (-3y)^4 + \binom{8}{5} (2x)^3 (-3y)^5 + \\ &+ \binom{8}{6} (2x)^2 (-3y)^6 + \binom{8}{7} (2x)^1 (-3y)^7 + \binom{8}{8} (-3y)^8 = \\ &= 256x^8 - 3072x^7y + 16128x^6y^2 - 48384x^5y^3 + 90720x^4y^4 \rightarrow \\ &\rightarrow -108864x^3y^5 + 81648x^2y^6 - 34992xy^7 + 6561y^8\end{aligned}$$

②

$$\binom{x-1}{x-2} \cdot \binom{x+2}{x+1} = 4$$

$$\frac{(x-1)!}{(x-2)! (x-1-x+2)!} \cdot \frac{(x+2)!}{(x+1)! (x+2-x-1)!} = 4$$

$$\frac{(x-1) \cancel{(x-2)!}}{\cancel{(x-2)!} 1!} \cdot \frac{(x+2) \cancel{(x+1)!}}{\cancel{(x+1)!} 1!} = 4$$

$$(x-1) \cdot (x+2) = 4 \Rightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 4$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - (4 \cdot 1 \cdot (-6))}}{2} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

3

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & | & 2 \\ 2 & -1 & 2 & | & 0 \\ -1 & 0 & -3 & | & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1 \leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 & | & -2 \\ 2 & -1 & 2 & | & 0 \\ -1 & 1 & 1 & | & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} F_3 - F_1 \\ \\ F_2 + 2F_1 \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 & | & -2 \\ 0 & -1 & -4 & | & -4 \\ 0 & 1 & 4 & | & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 + F_2} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 & | & -2 \\ 0 & -1 & -4 & | & -4 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$

SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

$$z = \lambda$$

$$-y - 4z = -4 \Rightarrow y = 4 - 4z = 4 - 4\lambda$$

$$-x - 3z = -2 \Rightarrow x = 2 - 3z = 2 - 3\lambda$$

Solucion: $(2 - 3\lambda, 4 - 4\lambda, \lambda) \forall \lambda \in \mathbb{R}$

4

$$\begin{cases} \log_5(x) + \log_5(y) = 2 \\ \log_5(x) - \log_5(y) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5(x) + \log_5(y) = \log_5(25) \\ \log_5(x) - \log_5(y) = \log_5(5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5(x \cdot y) = \log_5(25) \\ \log_5(x^2 - y) = \log_5(5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5(x \cdot y) = \log_5(25) \\ \log_5\left(\frac{x^2}{y}\right) = \log_5(5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \cdot y = 25 \\ \frac{x^2}{y} = 5 \end{cases}$$

$$x = \frac{25}{y}$$

$$\frac{x^2}{y} = 5$$

$$\frac{625}{y^2} = 5, \frac{625}{y^3} = 5$$

$$5y^3 = 625 \Rightarrow y = \sqrt[3]{125} = 5$$

$$x \cdot y = 25 \Rightarrow x = 5$$

⑤

$$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

$$-x^5 + x^4$$

$$\hline 0 \quad 2x^4 + x^3$$

$$-2x^4 + 2x^3$$

$$\hline 0 \quad 3x^3 + x^2$$

$$-3x^3 + 3x^2$$

$$\hline 0 \quad 4x^2 + x$$

$$-4x^2 + 4x$$

$$\hline 0 \quad 5x + 1$$

$$-5x + 5$$

$$\hline 0 \quad 6$$

$$\overline{)x-1}$$

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$$

$$C(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$$

$$R(x) = 6$$

⑥

$$x^4 - 13x + 36 = 0 \rightarrow \text{Bicadrada}$$

$$\overline{)t = x^2}$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$t = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 36}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2}$$

$$t_1 = 9$$

$$t_2 = 4$$

$$t_1 \rightarrow x^2 = 9 \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 3 \quad / \\ x_2 = -3 \quad / \end{array} \right.$$

$$t_2 \rightarrow x^2 = 4 \left\{ \begin{array}{l} x_3 = 2 \quad / \\ x_4 = -2 \quad / \end{array} \right.$$

$$\sqrt{x^2+6x} = x + \sqrt{2x}$$

$$\left(\sqrt{x^2+6x}\right)^2 = \left(x + \sqrt{2x}\right)^2$$

$$x^2+6x = x^2 + 2x + 2x\sqrt{2x}$$

$$4x = 2x\sqrt{2x}$$

$$4x = \sqrt{4x^2 \cdot 2x}$$

$$(4x)^2 = 4x^2 \cdot 2x$$

$$16x^2 - 8x^3 = 0$$

$$x^2(16 - 8x) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ Doble} // \\ (16 - 8x) = 0 \Rightarrow x = 2 // \end{array} \right\}$$

8

x - correctas
y - incorrectas

Pasamos la nota a sobre 100
Nota 80.5

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 100 \\ x \cdot 1 - y \cdot 0.5 = 80.5 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x = 100 - y \\ x - 0.5y = 80.5 \end{array} \right.$$

$$100 - y - 0.5y = 80.5 \Rightarrow 100 - 80.5 = 1.5y$$

$$y = \frac{19.5}{1.5} = 13 //$$

$$x = 100 - 13 = 87 //$$