... vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ tales que $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$,

... decir del ángulo de dos vectores que ... $\cdot\ \vec{y}| = |\vec{x}|\ |\vec{y}|$? Justifica las respuestas.

Dados los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ tales que $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 1$ y $|\vec{c}| = 4$ y $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, calcula la siguiente suma de productos escalares: $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.

56 ¿Puede ser el módulo de la suma de dos vectores de módulos 10 y 5 mayor que 15?
¿Y menor que 4?

57 Demuestra las siguientes igualdades entre vectores:

a) $(\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}) \cdot (\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v})^2 - \vec{w}$

b) $(\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}) \cdot (\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}) = \vec{u}^2 - (\vec{v} + \vec{w})^2$

58 Demuestra que el vector $\vec{a} = (\vec{b}\ \vec{c})\ \vec{d} - (\vec{b}\ \vec{d})\ \vec{c}$ es ortogonal al vector $\vec{b}$.

59 Dados $\vec{u} = (2, -3, 5)$ y $\vec{v} = (6, -1, 0)$, halla:

a) Los módulos de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

b) El producto escalar de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

c) El ángulo que forman.

d) La proyección del vector $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$.

e) La proyección del vector $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$.

f) El valor de m para que el vector $(m, 2, 3)$ sea ortogonal a $\vec{u}$.

Producto vectorial y producto mixto

60 Dados los vectores $\vec{u} = (3, 1, -1)$ y $\vec{v} = (2, 3, 4)$, determina:

a) Los módulos de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

b) El producto vectorial de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

c) Un vector unitario ortogonal a $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

d) El área del paralelogramo que tiene por lados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

61 Dados los vectores $\vec{u} = (1, 2, 3)$; $\vec{v} = (2, 0, 1)$ y $\vec{w} = (-1, 3, 0)$, halla:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $\vec{u} \cdot \vec{w}$, $\vec{v} \cdot \vec{w}$, $\vec{v} \cdot \vec{u}$

b) $\vec{u} \times \vec{v}$, $\vec{v} \times \vec{u}$, $\vec{u} \times \vec{w}$, $\vec{v} \times \vec{w}$

c) $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$, $(\vec{v} \times \vec{w}) \cdot \vec{u}$

d) $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$, $|\vec{w}|$

e) $\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$, $\cos(\widehat{\vec{v}, \vec{w}})$

62 Calcula razonadamente un vector unitario en el espacio Euclídeo, que sea perpendicular simultáneamente a los vectores $\vec{v} = (1, 2, 3)$; $\vec{w} = (1, 1, -2)$ y $\vec{u} = (0, 1, 5)$.

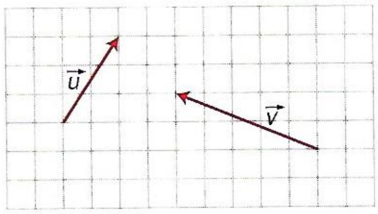
63 Dados los vectores $\vec{u} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ y $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, halla su producto vectorial y comprueba que el vector hallado es ortogonal a $\vec{u}$ y a $\vec{v}$.

64 Determina dos vectores de módulo unidad y ortogonales a $(2, -2, 3)$ y $(3, -3, 2)$.

65 Halla un vector perpendicular a $\vec{u} = (2, 3, 4)$ y $\vec{v} = (-1, 3, -5)$ y que tenga por módulo 5.

66 Dados los vectores $\vec{u} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ y $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, halla el producto $\vec{u} \times \vec{v}$ y comprueba que este vector es ortogonal a $\vec{u}$ y a $\vec{v}$.
Halla el vector $\vec{v} \times \vec{u}$ y compáralo con $\vec{u} \times \vec{v}$.

67 Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ de la figura, calcula:



a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

b) $\vec{u} \times \vec{v}$

c) $\vec{v} \times \vec{u}$

d) $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \times \vec{v}]$

68 Dados los vectores $\vec{u} = (2, 1, 3)$, $\vec{v} = (1, 2, 3)$ y $\vec{w} = (-1, -1, 0)$, calcula el producto mixto $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$.
Halla el volumen del paralelepípedo que tiene por aristas los vectores dados.

69 Dados los vectores $\vec{i} = (1, 0, 0)$, $\vec{j} = (0, 1, 0)$ y $\vec{k} = (0, 0, 1)$, halla el producto mixto $[\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}]$.

70 Halla el volumen del paralelepípedo cuyas aristas son los vectores $\vec{u} = (2, 1, 0)$; $\vec{j} = (0, 1, 0)$ y $\vec{v} = (3, 2, 1)$.

71 Si los módulos de los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son 3, 4 y 5, respectivamente, ¿entre qué valores estará comprendido el valor absoluto de su producto mixto?

72 Dados dos vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$, calcula los siguientes vectores:

a) $\vec{u} \times (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{v} \times (\vec{v} + \vec{u})$

b) $(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v})$