

52. Aplica el teorema fundamental del cálculo integral para calcular la derivada de la función $F(x) = \int_0^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt$.

53. Calcula la derivada de la función $F(x) = \int_0^x 3 \operatorname{tg}^2 t dt$.

54. Determina los valores de x para los que se anula la derivada de la función $F(x) = \int_2^{1-x^2} (4t^2 - 1) dt$.

55. Determina los valores de la variable x para los que la función $F(x) = \int_1^{x^2-1} (t^2 - 1) dt$ alcanza algún extremo relativo. Estudia la naturaleza de esos puntos.

56. ¿Podemos determinar de alguna manera si la función $F(x) = \int_1^x t \cdot \cos t dt$ alcanza algún extremo relativo en el intervalo $(0, \pi)$? Justifica la respuesta.

57. Calcula el punto de inflexión de la función $F(x) = \int_1^{x+2} e^{-t^2} dt$.

58. Considera la función $F(x) = \int_0^x \operatorname{sen} t^2 dt$. Determina la pendiente de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

Regla de Barrow

59. Demuestra que la regla de Barrow se puede aplicar a la función: $f(x) = \frac{1}{9+x^2}$ en el intervalo $[0, 2]$ y aplícala. Interpreta geoméricamente el resultado obtenido.

60. Comprueba que se puede aplicar la regla de Barrow para calcular la siguiente integral, y halla su valor.

$$\int_{0,5}^1 \frac{e^x}{e^{2x} - 1} dx$$

61. Calcula las siguientes integrales definidas.

- | | |
|--|-------------------------------------|
| a) $\int_1^5 (2 + 4x^3) dx$ | f) $\int_{-1}^1 x - 2 dx$ |
| b) $\int_0^{\pi/4} \operatorname{sen} 2x dx$ | g) $\int_1^4 \frac{3}{\sqrt{x}} dx$ |
| c) $\int_1^9 (\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}) dx$ | h) $\int_0^{\pi} \cos^2 x dx$ |
| d) $\int_0^1 2xe^{x^2} dx$ | i) $\int_1^e \ln x^2 dx$ |
| e) $\int_0^1 (2e^x - 4x^2) dx$ | j) $\int_0^2 3xe^x dx$ |

62. Halla el valor de estas integrales definidas.

- | | |
|---|--|
| a) $\int_2^3 (2^x + \sqrt{2x}) dx$ | d) $\int_0^{\pi/2} x \operatorname{sen} 2x dx$ |
| b) $\int_2^4 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx$ | e) $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x dx$ |
| c) $\int_{-4}^3 x^2 - 4 dx$ | f) $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx$ |

63. Halla las siguientes integrales definidas de funciones racionales.

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\int_1^3 \frac{3}{x+2} dx$ | d) $\int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx$ |
| b) $\int_0^3 \frac{2x}{x^2+1} dx$ | e) $\int_1^1 \frac{1}{x^2+2} dx$ |
| c) $\int_2^5 \frac{x+3}{x-1} dx$ | f) $\int_1^3 \frac{1}{x(x+1)} dx$ |

64. Calcula el valor de las siguientes integrales definidas.

- | | |
|---------------------------------|--|
| a) $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$ | c) $\int_0^1 \frac{3}{x^2+1} dx$ |
| b) $\int_0^{\pi} e^x \cos x dx$ | d) $\int_0^{\pi} 3 \operatorname{sen} x \cos x dx$ |

65. Calcula el valor de las siguientes integrales definidas:

- | | |
|--|--|
| a) $\int_0^7 (x+1)^{1/3} dx$ | e) $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (x \cdot \sqrt{7+x^2}) dx$ |
| b) $\int_0^{\pi/4} \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx$ | f) $\int_1^{\sqrt{e}} x \ln x dx$ |
| c) $\int_0^1 \ln(1+x^2) dx$ | g) $\int_0^{3/2} \sqrt{9-x^2} dx$ |
| d) $\int_0^{\pi/4} (t g^3 x + t g^5 x) dx$ | h) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{2}{\operatorname{sen}^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ |

66. Halla los valores de b para que se cumpla:

- | | |
|---|----------------------------------|
| a) $\int_0^b (x + x^2) dx = 0$ | c) $\int_{-2}^2 (4 + bx) dx = 2$ |
| b) $\int_b^0 x^2 - 1 dx = \frac{22}{3}$ | d) $\int_0^3 (b + x^2) dx = 12$ |

67. De las funciones continuas $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se sabe que:

$$\int_1^2 (f(x) + g(x)) dx = 3 \quad \int_2^3 (f(x) - g(x)) dx = 3$$

$$\int_1^3 f(x) dx = 3 \quad \int_1^2 2f(x) dx = 3$$

Calcula, si es posible, $\int_1^3 g(x) dx$ y, si no es posible, indica por qué no se puede resolver.

ACTIVIDADES

68. Calcula $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$.

(Ayúdate del cambio de variable $t = 1 + x^2$).

69. Resuelve las siguientes integrales definidas.

a) $\int_0^2 (e^x + 3e^{-x}) dx$

d) $\int_0^2 \frac{1}{3x^2 + 4} dx$

b) $\int_1^e 3 \cdot \ln x^2 dx$

e) $\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx$

c) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \tan^2 \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

f) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{2x^3}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

70. Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < 0 \\ 2^x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{-4x}{x-4} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

calcula $\int_{-1}^3 f(x) dx$.

71. La función $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ \frac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

es continua en $[0, +\infty)$. Calcula $\int_0^{10} f(x) dx$.

72. Sea: $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 8 \\ x^2 + 2a \cos x & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$

Calcula $\int_0^{2\pi} f(x) dx$.

73. Calcula el valor de a para que la integral entre 0 y a de la función xe^x sea igual a 1.

74. Obtén el valor del parámetro a para que se cumplan las igualdades.

a) $\int_0^3 (3x^2 + 2x + a) dx = 12$ b) $\int_2^6 \frac{a}{x} dx = 1 - \ln 3$

75. Se considera la función $f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$. Determina el valor del parámetro a tal que:

$$\int_0^a f(x) dx = \frac{1}{4}$$

76. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = ax^2 + b$.

Halla los valores de a y b sabiendo que $\int_0^6 f(x) dx = 6$

y que la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa 3 vale -12 .

77. Calcula un polinomio de tercer grado $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sabiendo que verifica:

- Tiene un máximo relativo en $x = 1$.
- Tiene un punto de inflexión en el punto de coordenadas $(0, 1)$.

■ Se verifica: $\int_0^1 p(x) dx = \frac{5}{4}$

Área encerrada por una curva

78. Utilizando el cálculo integral, halla el área del recinto que delimitan las rectas.

$$y = 2x + 6 \quad y = 0 \quad x = 0 \quad x = 3$$

Calcula con la fórmula correspondiente el área del trapecio anterior y comprueba que el resultado coincide con el obtenido anteriormente.

79. Determina el área encerrada por la curva y el eje de abscisas en los siguientes casos.

a) $y = -x^2 + 4$

d) $y = x^2 - 9$

b) $y = x^3 - 4x$

e) $y = x^3 - x^2$

c) $y = -x^3 + 9x$

f) $y = -x^3 + x^2 + 2x$

80. Determina el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = (x - 2)^2(x + 2)$ y el eje X en el intervalo $[-3, 2]$.

81. Calcula el área de la región limitada por el eje de abscisas, la recta $x = 4$ y la función $f(x) = \sqrt{x - 3}$.

82. Dada la función $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$, halla el área de la región que encierran la gráfica de la función y las rectas $x = 2$ e $y = 2$.

83. Determina el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{2} + \cos x$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = \pi$.

84. La función $f(x) = \ln x$, el eje de abscisas y la recta $x = e$ limitan un recinto finito en el plano. Halla su área mediante el cálculo integral.

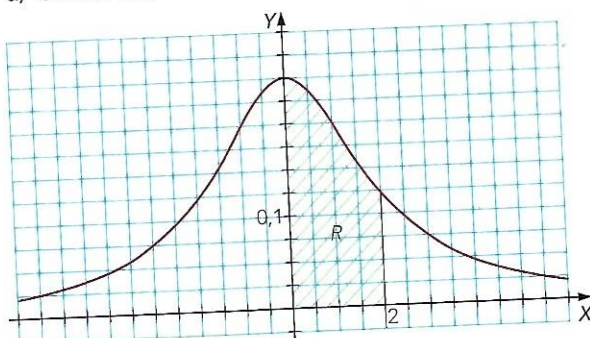
85. Halla el área limitada por la gráfica de la función $f(x) = \ln(1 + x^2)$ y el eje X en el intervalo $[0, 2]$.

86. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x|x - 2|$.

- a) Esboza la gráfica de f .
- b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

87. Calcula el área de la región generada bajo la gráfica de la función $f(x) = |2x + 1| - |x + 5|$ en el intervalo $[-5, 0]$.

88. Halla el área limitada por la gráfica de la función $f(x) = |x^2 - 4|$ y el eje de abscisas en el intervalo $[-1, 3]$.

89. Halla el área de la región acotada limitada por la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$, la recta horizontal $y = 1$ y la recta vertical $x = \frac{5}{2}$.
90. Considera la función $f(x) = \frac{x^2}{2} - \sqrt{x}$.
- Representa gráficamente la función.
 - Calcula el área de la región limitada por ella y el eje de abscisas.
91. Considera la función $f(x) = \frac{x+2}{x^3 - 4x^2 + 4x}$.
- Realiza un esbozo estudiando, al menos, asíntotas y monotonía.
 - Halla el área bajo la curva en el intervalo $[3, 4]$.
92. Dibuja razonadamente el recinto limitado por la curva $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$ en el intervalo $[0, 2]$. Calcula el área de dicho recinto.
93. Calcula las asíntotas, el crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = \frac{x^2 - 12}{x^2 + 4}$. Halla el área de la región delimitada por la curva y el eje de abscisas.
94. Considera la función $f(x) = \frac{x}{2} \operatorname{sen} x$.
- Realiza el estudio y representa la función en el intervalo $[-\pi, \pi]$.
 - Halla el área bajo la curva en el intervalo $[-\pi, \pi]$.
95. Utilizando el cálculo integral, halla el área del sector circular que forma la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ con los semiejes positivos de coordenadas. Comprueba que este resultado coincide con el que se obtiene cuando se aplica la fórmula del área de un círculo.
96. Calcula el área del recinto encerrado por la gráfica de la función $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ en el primer cuadrante de los ejes de coordenadas.
97. Considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{si } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$.
- Representala gráficamente.
 - Halla el área del recinto comprendido por la función, el eje de abscisas y la recta $x = 2$.
98. Dibuja razonadamente el recinto limitado por la curva $y = xe^x$, el eje X y la recta paralela al eje Y que pasa por el punto donde la curva tiene su mínimo relativo. Calcula el área de dicho recinto.
99. Determina la recta tangente a la función $f(x) = x^2 - \frac{x}{2}$ en el punto de abscisa $x = \frac{1}{2}$. Calcula el área comprendida por la gráfica de la función, la recta tangente en ese punto y el eje OY .
100. Calcula el área encerrada por la gráfica de la función $f(x) = \ln(x+1)$, la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x = 0$ y la recta $x = 2$.
101. La curva $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ pasa por el origen de coordenadas y tiene un punto de inflexión con tangente horizontal en el punto $(2, 1)$. Determina la superficie de la región plana delimitada por la curva y el segmento que une el origen de coordenadas con ese punto de inflexión.
102. Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3 - 2x^2$ en el punto $x = -1$. Halla el área del recinto que delimitan la gráfica de la curva y la tangente calculada.
103. Considera la función $f(x) = e^{x-2} + x - 5$. Calcula el área del triángulo que delimita con los ejes de coordenadas la recta tangente a la función f en el punto $x = |4a|$ donde $a = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{e}{e^x - e} - \frac{1}{x-1} \right)$.
104. Considera la función $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$.
- Realiza un esbozo de la función f .
 - Determina el área de la región limitada por ella y el eje de abscisas. ¿Puedes sacar alguna conclusión? Razona la respuesta.
105. Se considera, en el primer cuadrante, la región R del plano limitada por el eje X , el eje Y , la recta $x = 2$ y la curva:
- $$y = \frac{1}{4 + x^2}$$
- Calcula razonadamente el área de la región R .
- 
- Encuentra el valor de α para que la recta $x = \alpha$ divida la región R en dos partes A (izquierda) y B (derecha) tales que el área de A sea el doble que la de B .
106. La función $f(x) = \begin{cases} e^{ax} & \text{si } x \leq 0 \\ a + b \cdot \operatorname{sen} x & \text{si } 0 < x \end{cases}$ es derivable en $x = 0$. Determina el área bajo la gráfica de $f(x)$ en el intervalo $\left[-2, \frac{\pi}{2}\right]$.
107. La función $f(x) = \begin{cases} ax - 3 & \text{si } x < 4 \\ -x^2 + 10x - b & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$ cumple las hipótesis del teorema del valor medio para cualquier intervalo cerrado. Determina el área bajo la curva en el intervalo $[1, 7]$.

ACTIVIDADES

108. Considera la función $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 0 \\ 2^x & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{x}{x-4} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- Estudia la continuidad de la función $f(x)$ y especifica los tipos de discontinuidades que presenta.
- Halla la ecuación de la recta tangente a la función f en el punto de abscisa $x = 3$.
- Calcula el área del recinto limitado por la función, el eje de abscisas y las rectas $x = -1$ y $x = 3$.

109. Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{5 \operatorname{sen} x}{2x} + \frac{1}{2} & \text{si } x \leq 0 \\ xe^x + 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$, calcula la integral $\int_1^{\ln 5} f(x) dx$.

110. La función f es continua para cualquier intervalo cerrado.

$$f(x) = \begin{cases} m + \ln(2-x) & \text{si } x < 1 \\ x \cdot e^{-x+1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- Representa gráficamente la función f .
- Encuentra el área de la región limitada por la curva y el eje de abscisas en el intervalo $[0, 2]$.

111. Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{e^x} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

- Halla los valores de a y b para que la función cumpla las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo $[-1, 1]$. Determina para esos valores el punto que asegura el enunciado del teorema.
- Determina el área de la región limitada por la función y el eje de abscisas en el intervalo $[-1, 1]$.

112. Considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ cx + 1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

- Calcula los valores de a , b y c para que la función cumpla las condiciones del teorema de Rolle en el intervalo $[0, 4]$.
- Para esos valores, representa gráficamente la función.
- Determina el área limitada por la gráfica de la función f en el intervalo $[0, 4]$.

113. Determina el valor del parámetro a para que el área encerrada por la función $f(x) = 2x + 1$, el eje de abscisas y las rectas $x = 1$ y $x = a$ sea de $18 u^2$.

114. Sabemos que el área limitada por la curva de la función $f(x) = -x^2 + 9$, el eje de abscisas y las rectas $x = -1$ y $x = a$ es de $24 u^2$. Calcula el parámetro a .

115. Sea la función f definida por $f(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$ para $x \neq 1$.

- Halla una primitiva de f .
- Calcula el valor de k para que el área del recinto limitado por el eje de abscisas y la gráfica de la función f en el intervalo $[2, k]$ sea $\ln 2 u^2$.

Área encerrada por curvas

116. Halla el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f(x) = x^2 + 2$ y $g(x) = 2x + 2$.

117. Mediante integrales halla el área del triángulo determinado por los puntos $(-5, 0)$, $(0, 0)$ y $(0, 2)$.

118. Obtén el área del recinto delimitado por las gráficas de las funciones $f(x) = 2 + x - x^2$ y $g(x) = x^2 - 3x + 2$.

119. Determina el área del recinto delimitado por la curva $y = x^2 - 2$ y la bisectriz del primer y tercer cuadrantes.

120. Calcula, en cada caso, el área del recinto comprendido entre estas dos funciones.

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= x^3 - 2x & g(x) &= -x^2 \\ \text{b) } f(x) &= x^3 - 2x^2 + x - 1 & g(x) &= -x^2 + 3x - 1 \end{aligned}$$

121. Calcula el área del recinto limitado por las funciones

$$f(x) = \frac{|x|}{2} \text{ y } g(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

122. Determina los puntos de intersección, si existen, entre las funciones $f(x) = \frac{8}{x}$ y $g(x) = \sqrt{x}$. Calcula el área del recinto comprendido entre estas dos funciones y la recta $x = 8$.

123. Se consideran las funciones $f(x) = \frac{1}{x}$ y $g(x) = \frac{1}{x^2}$.

- Representa gráficamente la región del primer cuadrante limitada por las gráficas de las funciones y la recta $x = 2$.
- Calcula el área de dicha región.

124. Dadas las funciones $f(x) = 1 + \ln x$ y $g(x) = \frac{1}{x}$, calcula el área encerrada por las gráficas de ambas funciones y las rectas $x = 1$ y $x = 2$.

125. Determina el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f(x) = \operatorname{sen} 2x$ y $g(x) = \cos x$ en el intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

126. Calcula el área de la región del plano encerrada por las gráficas de las funciones $y = x^2$, $y = (x - 2)^2$ y el eje de abscisas.

127. Calcula el área del recinto delimitado por la curva $y = \ln x$, la recta $y = 2$ y el eje de ordenadas.

128. Halla el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = \sqrt{x}$, el eje Y y la recta $y = 4$.

129. Calcula el área de la región limitada por la parábola $y = x^2 + 4$ y sus tangentes en los puntos $x = -1$ y $x = 1$.

130. Calcula el área encerrada entre la gráfica de la función exponencial $f(x) = e^x$ y la cuerda de la misma que une los puntos de abscisas $x = 0$ y $x = 2$.

- 131.** Considera las funciones cuyas expresiones algebraicas son $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = x^2 + c$.
- Halla los valores de a , b y c para que las gráficas de las funciones se corten en el punto $P(1, 2)$ y, en ese punto, tengan la misma recta tangente.
 - Calcula el área de la región del plano delimitada por ambas funciones.
- 132.** Considera la recta de ecuación $x + 7y - 15 = 0$ y la función $f(x) = \begin{cases} \sqrt{3-x} & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$.
- Representa gráficamente la región limitada entre ambas.
 - Calcula el área de dicha región.

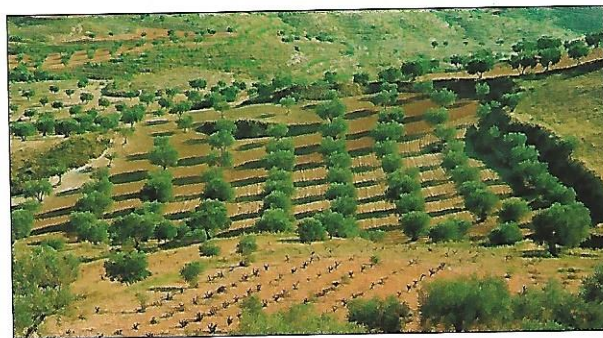
Problemas con integrales definidas

- 133.** En el plano XY está dibujada una parcela cuyos límites son dos calles de ecuaciones $x = 0$ y $x = 40$, respectivamente, una carretera de ecuaciones $y = 0$, y el tramo del curso de un río de ecuación $f(x) = 30\sqrt{2x + 1}$, con $0 \leq x \leq 40$, siendo positivo el signo de la raíz cuadrada. Calcula el área de la parcela.



- 134.** Halla el área del recinto limitado por las gráficas de estas tres funciones.
- $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{x^2}{2}$ y $h(x) = 2x$
 - $f(x) = x + 3$, $g(x) = x^2 - 4x + 3$ y $h(x) = -x + 7$
 - $f(x) = -x + 8$, $g(x) = x + \sqrt{x}$ y $h(x) = x + 2$
- 135.** Calcula el área del recinto limitado por las curvas de ecuaciones $x = y^2$, $x + 2y = 3$ y las rectas $x = 2$ e $y = 0$.
- 136.** Halla el área del recinto limitado por las gráficas de las curvas $y = x^2$ y $y^2 = 4x$.
- 137.** Determina el valor del parámetro a para que el área de la región delimitada por las funciones $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = ax - 1$ sea de 36 u^2 .
- 138.** Sabemos que el área encerrada por la gráfica de la función $f(x) = -x^2 + 4$ y la recta horizontal $y = a$ es $\frac{4}{3} \text{ u}^2$. Calcula el valor del parámetro a .

- 139.** Expresa, en función del parámetro a , el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x) = 1 - x^2$ y la recta $y = a$.
- 140.** Daniel y Manuel son hermanos y son propietarios de un terreno que quieren repartirse. Se ha determinado que el terreno es la región plana encerrada entre la parábola $y = x^2$ y la recta $y = 1$. Han decidido dividir la parcela mediante una recta horizontal $y = a$. Determina el valor de a para que ambos se queden con igual área.



- 141.** Dadas la curva $y = x^2 + 2x - 3$ y la recta $y = 2x + m$, se pide:
- ¿Cuáles son los posibles valores del parámetro m para los que la curva y la recta delimitan una región en el plano? Razona la respuesta.
 - Halla el valor de m que haga que esta región tenga un área de 36 u^2 .
- 142.** Dadas $g(x) = x + 2$ y $h(x) = 4 - x^2$:
- Halla el área delimitada por $g(x)$ y $h(x)$.
 - Da otra expresión $p(x)$ tal que el área comprendida entre la gráfica de $y = p(x)$ y el eje X , entre los valores $x = -1$ y $x = 1$, coincida con el área que has calculado en el apartado anterior. Justifica la respuesta.
- 143.** Berta quiere poner césped en una zona de su finca que es irregular y no puede calcular el área midiendo con la cinta métrica. Es por ello que coge los planos de la finca y observa que si situase unos ejes de coordenadas en ellos, podría decir que el área para poner el césped que tiene está limitada por la parte de arriba por una semicircunferencia de radio 4 metros, centrada en el origen, en la que y es positivo y la parábola $y = x^2 - 16$.
- Haz un dibujo de la zona de césped.
 - Calcula el área para la que Berta va a comprar césped.
 - Si el metro cuadrado de césped cuesta 3 €/m^2 , ¿cuánto se gastará en el césped?
 - Encuentra una oferta en la que se ve obligada a comprar el césped de 50 en 50 metros cuadrados, pero los 50 metros cuadrados costarían 100 € . ¿Le compensa esta oferta?
- 144.** Calcula un valor positivo para el parámetro k si la figura que delimitan $f(x) = 6kx^2 + x$, $y = 0$ y $x = k$ tiene un área de $A = k^4 + (k^2 - 2)^2$.