

TEMA 14. 2º A

1. Un taller oficial de automóviles realiza encuestas telefónicas para conocer el grado de satisfacción de sus clientes. En sus llamadas, el 70% de los clientes seleccionan la opción "sumamente satisfechos" con la atención recibida, y el resto elige otras opciones diferentes que ofrece la encuesta. En una muestra elegida al azar de diez clientes:
 - a. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente tres clientes respondan con la opción "sumamente satisfechos"?
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos clientes respondan esa opción?
 - c. ¿Qué probabilidad hay de que más de ocho clientes respondan esa opción?
2. Durante un año se han analizado la duración de los vuelos directos entre Barcelona y Palma y se puede considerar que sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ . Si el 90 % de los vuelos duran menos de 50 minutos y el 25% menos de 43 minutos. ¿Cuáles son los valores de la media y la desviación típica?
3. Uno de cada tres hogares españoles utiliza plataformas digitales de pago para ver contenidos audiovisuales online.
 - a. Elegida una muestra al azar de 200 hogares, ¿cuál es la probabilidad de que más de la cuarta parte tenga contratada una plataforma digital?
 - b. El tiempo dedicado diariamente a ver contenidos online puede considerarse que sigue una distribución normal de media de tres horas y desviación típica de 0,5 horas. Elegidos 20 hogares al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que en más de uno de ellos dediquen a ver contenidos online más de tres horas y media diarias?
4. La duración de los motores de los vehículos híbridos de una marca determinada sigue una distribución normal de media 10 años y desviación típica 4 años. Si los motores fallan durante el periodo de garantía, el fabricante los repara o cambia de forma gratuita. Si se sabe que el fabricante está dispuesto solo a reparar o cambiar el 4 % de los motores que fallen, ¿qué periodo de garantía deberá ofrecer en sus motores?
5. Según datos de la policía municipal de una localidad, en el 15% de los accidentes producidos el conductor no lleva puesto el cinturón de seguridad. En una muestra de 100 accidentes, ¿cuál es la probabilidad de que no lleve puesto el cinturón de seguridad el conductor...
 - a. ... entre 20 y 30 (ambos incluidos) accidentes?
 - b. ... en menos de 20 accidentes?
 - c. ... en más de 15 accidentes?

① $p = 0,7 \quad q = 0,3$
 $X \equiv B(10, 0,7)$

a) $P(X=3) = \binom{10}{3} 0,7^3 \cdot 0,3^7 = 0,0090 = 0,9\%$

b) $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] =$
 $= 1 - \left[\binom{10}{0} 0,7^0 \cdot 0,3^{10} + \binom{10}{1} 0,7^1 \cdot 0,3^9 \right] = 0,9999 = 99,99\%$

c) $P(X \geq 8) = P(X=9) + P(X=10) = \binom{10}{9} 0,7^9 \cdot 0,3 + \binom{10}{10} 0,7^{10} \cdot 0,3^0 =$
 $= 0,1493 = 14,93\%$

② $X \equiv N(\mu, \sigma)$

$P(X \leq 50) = 0,90 \rightarrow P(Z \leq \frac{50 - \mu}{\sigma}) = 0,90 \rightarrow \frac{50 - \mu}{\sigma} = 1,28$

$P(X \leq 43) = 0,25 \rightarrow P(Z \leq \frac{43 - \mu}{\sigma}) = 0,25 \rightarrow P(Z \leq -\frac{43 - \mu}{\sigma}) = 0,75$

$$\begin{cases} \frac{50 - \mu}{\sigma} = 1,28 \\ -\frac{43 - \mu}{\sigma} = 0,67 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 50 - \mu = 1,28\sigma \\ -43 + \mu = 0,67\sigma \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 50 - \mu = 1,28\sigma \\ -43 + \mu = 0,67\sigma \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 7 &= 1,95\sigma \Rightarrow \sigma = 3,59 & \mu &= 45,41 \end{aligned}$$

③ $n = 200 \quad p = \frac{1}{3} \quad X \equiv B(200; \frac{1}{3})$

$n > 200$

$np = \frac{200}{3} \geq 5$

$nq = \frac{200 \cdot 2}{3} = \frac{400}{3} \geq 5$

$\mu = np = 66,67$

$\sigma = \sqrt{npq} = 6,67$

a) $X \sim N(66,67; 6,67)$

$P(X > 50) = P(Y \geq 50,5) = P(Z \geq \frac{50,5 - 66,67}{6,67}) = P(Z \geq -2,42) =$
 $= P(Z \leq 2,42) = 0,9922 = 99,22\%$

b) $X \equiv N(3; 0,5)$

$P(X > 3,5) = P(Z \geq \frac{3,5 - 3}{0,5}) = P(Z \geq 1) = 1 - 0,8413 = 0,1587 = 15,87\%$

La probabilidad es del 15,87%.

$X \equiv B(20; 0,1587)$

$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] =$

$= 1 - [0,8413^{20} + 20(0,1587) \cdot 0,8413^{19}] = 0,8494 = 84,94\%$

$$(4) X \in N(10; 4)$$

$$P(X \leq k) = 0,04 \rightarrow P\left(z \leq \frac{k-10}{4}\right) = 0,04 \Rightarrow P\left(z \leq -\frac{k-10}{4}\right) = 0,96$$

$$-\frac{k-10}{4} = 1,75 \rightarrow -k+10 = 7 \rightarrow k = 3$$

El fabricante deberá ofrecer 3 años de garantía

$$(5) n = 100 \quad p = 0,15 \quad q = 0,85 \quad \mu = np = 15 \quad ; \quad \sigma = \sqrt{100 \cdot 0,15 \cdot 0,85} = 3,57$$

$$a) P(20 \leq X \leq 30)$$

$$X \cong B(100; 0,15) \cong N(15; 3,57)$$

$$P(19,5 < Y < 30,5) = P(Y < 30,5) - P(Y < 19,5) =$$

$$= P\left(z < \frac{30,5-15}{3,57}\right) - P\left(z < \frac{19,5-15}{3,57}\right) = P(z < 4,34) - P(z < 1,26) =$$

$$= 1 - 0,8962 = 0,1038 = 10,38\%$$

$$b) P(X < 20) = P(Y < 19,5) = P\left(z < \frac{19,5-15}{3,57}\right) = P(z < 1,26) = 0,8962 = 89,62\%$$

$$c) P(X > 15) = P(Y > 15,5) = 1 - P(Y \leq 15,5) = 1 - P\left(z \leq \frac{15,5-15}{3,57}\right) =$$
$$= 1 - P(z \leq 0,14) = 1 - 0,5557 = 0,4443 = 44,43\%$$