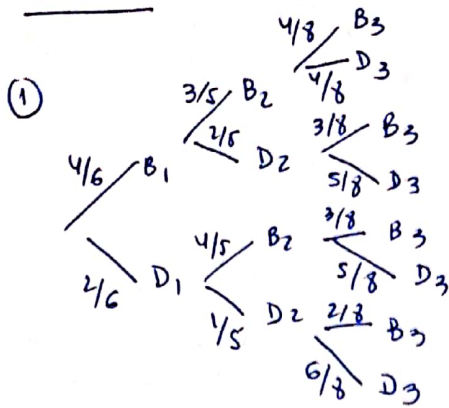


### TEMA 13. PROBABILIDAD

1. Una caja contiene 4 arandelas buenas y 2 defectuosas y otra caja contiene 2 buenas y 4 defectuosas. Se trasladan dos arandelas de la primera caja a la segunda y a continuación se extrae una arandela de la segunda caja, que resulta ser buena. Halla la probabilidad de que las arandelas trasladadas fueran una buena y otra defectuosa.
2. Sean A y B dos sucesos tales que  $P(A) = \frac{3}{5}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$  y  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{5}{6}$ . Calcula  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cap B)$ ,  $P(\bar{A}/B)$ ,  $P(\bar{B}/A)$
3. Se sabe que un 75% de la población es seguidora de una serie A., mientras que el 35% de la población es seguidora de otra serie, B. Por otro lado, hay también un 12% de la población que sigue ambas series. Si se selecciona un ciudadano al azar, cuál es la probabilidad de que:
  - a. No vea ninguna serie.
  - b. Vea alguna serie
  - c. Solo vea la serie A
  - d. Solo vea una de las dos series.
4. Los escolares de un cierto colegio de Madrid fueron encuestados acerca de su alimentación y de su ejercicio físico. Una proporción de  $\frac{2}{5}$  hacían ejercicio regularmente y  $\frac{2}{3}$  siempre desayunaban. Además, entre los que siempre desayunan, una proporción de  $\frac{9}{25}$  hacían ejercicio regularmente. Se elige al azar un escolar de ese colegio
  - a) ¿Es independiente que siempre desayune y que haga ejercicio regularmente?
  - b) Calcúlese la probabilidad de que no siempre desayune y no haga ejercicio regularmente.
5. Sean A y B dos sucesos con  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B | A) = 0,4$ ;  $P(B | \bar{A}) = 0,6$ . Calcúlese: a)  $P(A | B)$       b)  $P(\bar{A} / \bar{B})$
6. Una bolsa A contiene 3 bolas blancas y 7 negras y otra bolsa B, 7 blancas y 3 negras. Se toman al azar dos bolas de A y se añaden en B sin mirar, después se extra una bola de B. Halla la probabilidad de que sea blanca. Halla la probabilidad de que las bolas pasadas de A a B fuesen negras, si la extraída de B resultó ser blanca.
7. En una agencia de viajes se ha observado que el 75 % de los clientes acude buscando un billete de transporte, el 80 % buscando una reserva de hotel. Se ha observado además que el 65 % busca las dos cosas. Elegido un cliente de dicha agencia al azar, calcúlese la probabilidad de que:
  - a) Acuda buscando un billete de transporte o una reserva de hotel.
  - b) Sabiendo que busca una reserva de hotel, también busque un billete de transporte.
8. Se va a celebrar una carrera popular. Entre los participantes, dos de cada tres hombres y tres de cada cuatro mujeres han entrenado para la carrera.
  - a) Se eligen al azar y de forma independiente un hombre y una mujer de entre los participantes. Calcúlese la probabilidad de que alguno de ellos haya entrenado para la carrera.
  - b) Si el 65 % de los participantes son hombres y el 35 % mujeres y se elige un participante al azar, calcúlese la probabilidad de que sea hombre sabiendo que ha entrenado para la carrera.

TEMA 13.



$$P(B_1 \cap D_2 / B_3) + P(D_1 \cap B_2 / B_3) =$$

$$= \frac{\left(\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8}\right)}{\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{8} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{8}}$$

$$= \frac{\frac{24}{100} \cdot 2}{\frac{100}{240}} = \frac{\frac{48}{240}}{\frac{100}{240}} = \frac{48}{100} = \frac{12}{25} = 0,48$$

②  $P(A) = \frac{3}{5}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$ ,  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{5}{6} = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$   
 $P(\bar{A}) = \frac{2}{5}$ ,  $P(\bar{B}) = \frac{2}{3}$   
 $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

•  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{23}{30}$

•  $P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{1}{6}$

•  $P(\bar{A} / B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

•  $P(\bar{B} / A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{6}}{\frac{3}{5}} = \frac{\frac{13}{30}}{\frac{3}{5}} = \frac{65}{90} = \frac{13}{18}$

③

|           | B    | $\bar{B}$ |      |
|-----------|------|-----------|------|
| A         | 0,12 | 0,63      | 0,75 |
| $\bar{A}$ | 0,23 | 0,02      | 0,25 |
|           | 0,35 | 0,65      | 1    |

a)  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,02 = 2\%$

b)  $P(\text{Alguno}) = P(\overline{\text{Ninguno}}) = 1 - P(\text{Ninguno}) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0,02 = 0,98 = 98\%$

c)  $P(A \cap \bar{B}) = 0,63 = 63\%$

d)  $P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = 0,63 + 0,23 = 0,86 = 86\%$

④

|           | D               | $\bar{D}$       |                 |
|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|
| E         | $\frac{18}{75}$ | $\frac{4}{25}$  | $\frac{24}{75}$ |
| $\bar{E}$ | $\frac{32}{75}$ | $\frac{13}{75}$ | $\frac{45}{75}$ |
|           | $\frac{2}{3}$   | $\frac{1}{3}$   | 1               |

$\frac{9}{25}$  de  $\frac{2}{3} = \frac{18}{75}$

a) Independiente?  $P(D \cap E) \stackrel{?}{=} P(D) \cdot P(E)$

$\frac{18}{75} \neq \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

No son independientes

b)  $P(\bar{D} \cap \bar{E}) = \frac{13}{75}$

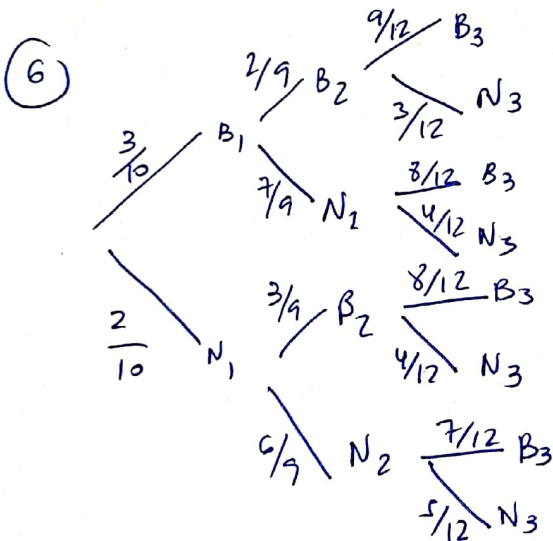
(5)  $P(A) = 0,3$   
 $P(B/A) = 0,4 \rightarrow P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$   
 $P(B/\bar{A}) = 0,6 \Rightarrow \boxed{P(A \cap B) = 0,12}$

a)  $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$P(B/\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} \Rightarrow P(B \cap \bar{A}) = P(B/\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42$   
 $P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(B) = P(B \cap \bar{A}) + P(A \cap B)$   
 $\rightarrow P(B) = 0,42 + 0,12 = 0,54$   
 $P(B) = 0,54$

Luego  $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,12}{0,54} = \frac{2}{9} = 0,22$

b)  $P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{P(\bar{B})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(B)}$   
 $= \frac{1 - [0,3 + 0,54 - 0,12]}{1 - 0,54} = \frac{0,28}{0,46} = \frac{14}{23} = 0,608$



a)  $P(B_3) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{9}{12} + \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{8}{12} + \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{8}{12} + \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{7}{12} = \frac{684}{1080} = \frac{19}{30} = 0,633$

b)  $P(N_1 \cap N_2 / B_3) = \frac{P(N_1 \cap N_2 \cap B_3)}{P(B_3)} = \frac{\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{7}{12}}{\frac{19}{30}} = \frac{\frac{294}{1080}}{\frac{19}{30}} = \frac{49}{114} = 0,43$

(7)

|           | H    | $\bar{H}$ |      |
|-----------|------|-----------|------|
| T         | 0,65 | 0,10      | 0,75 |
| $\bar{T}$ | 0,15 | 0,10      | 0,25 |
|           | 0,8  | 0,2       | 1    |

a)  $P(H \cup T) = P(H) + P(T) - P(H \cap T) = 0,75 + 0,8 - 0,65 = 0,9$

b)  $P(T/H) = \frac{P(T \cap H)}{P(H)} = \frac{0,65}{0,8} = \frac{13}{16}$

(8) a)  $P(H_E \cap M_E) + P(H_E \cap \bar{M}_E) + P(\bar{H}_E \cap M_E) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{11}{12} = 0,917$

b)

$P(H/E) = \frac{P(H \cap E)}{P(E)} = \frac{0,65 \cdot \frac{2}{3}}{0,65 \cdot \frac{2}{3} + 0,35 \cdot \frac{3}{4}} = 0,62275$