CONTROL LÍMITES 1º BACHILLERATO A

1. Estudia la continuidad de la siguiente función y explica las discontinuidades $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+1}{x+1} & si\ x < -1 \\ 3x+1 & si\ -1 \le x \le 2 \\ 2x-5 & si\ x > 2 \end{cases}$

2. Averiguar a, b para que la función f(x) sea continua $f(x) = \begin{cases} [illegible] & si\ x \le 0 \\ [illegible] & si\ 0 < x < 1 \\ [illegible] & si\ x \ge 1 \end{cases}$

3. Calcula todas las asíntotas de las siguientes funciones: (2 puntos)

   a) [illegible] b. $f(x) = $ [illegible]

4. Calcula los siguientes límites (5 puntos)

   a. $\lim$ [illegible] b. $\lim$ [illegible] c. $\lim_{x\to\infty}$ [illegible] d. $\lim_{x\to\infty}$ [illegible] e. $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}\right)$

5. Hacemos un estudio sobre la evolución del número de individuos, en miles, de una especie protegida de linces, durante los primeros años, y obtenemos la función: A(t)= [illegible] siendo t el tiempo en años.

   a. ¿Cuántos linces hay en este momento? ¿ y a los 6 años?

   b. Suponiendo que esta función continuará siendo válida a lo largo del tiempo, ¿se estabilizará la población de linces? (1 punto)

CONTROL T.9 1ºB 2020-21

① $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+1}{x+1} & si\ x < -1 \\ 3x+1 & si\ -1 \le x \le 2 \\ 2x-5 & si\ x > 2 \end{cases}$

Cont porq -1 ∉ int de definición

cont por ser polinómicos en su intervalo de definición

En $x=-1$

$f(-1) = -2$

$\lim_{x \to -1} \frac{x^2+1}{x+1} = \frac{2}{0} = \pm\infty$ Disc. inevitable de salto infinito

$\lim_{x \to -1} 3x+1 = -2$

En $x=2$

$f(2) = 7$

$\lim_{x \to 2^-} 3x+1 = 7$ Disc inevitable de salto finito.

$\lim_{x \to 2^+} 2x-5 = -1$

② $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+b}{x-1} & si\ x \le 0 \\ \frac{4}{x-2} & si\ 0 < x < 1 \\ \frac{x^2+1}{ax} & si\ x \ge 1 \end{cases}$

cont. en todos los trozos en su intervalo de definición, porque los valores que anulan los denominadores, no están en ellos

En $x=0$

$f(0) = -b$

$\lim_{x \to 0^-} \frac{3x+b}{x-1} = -b$

$\lim_{x \to 0^+} \frac{4}{x-2} = -2$ $\boxed{b=2}$

En $x=1$

$f(1) = \frac{2}{a}$

$\lim_{x \to 1^-} \frac{4}{x-2} = -4$

$\lim_{x \to 1^+} \frac{x^2+1}{ax} = \frac{2}{a}$

$-4 = \frac{2}{a} \rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{2}}$

Si $a = -1/2$ y $b=2$ la $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}$

③ (2) a) $f(x) = \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9}$ Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$

AV $\lim_{x \to -3} \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} = \frac{-183}{0} = \pm\infty \rightarrow \boxed{x=-3}$

$\lim_{x \to 3} \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} = \frac{57}{0} = \pm\infty \rightarrow \boxed{x=3}$

AH $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} = \pm\infty$ No tiene

AO $m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^3-9x} = 4$ $\longrightarrow \boxed{y = 4x-7}$

$n = \lim_{x \to \pm\infty} \left[\frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} - 4x\right] = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-7x^2+40x}{x^2-9} = -7$

Escaneado con CamScanner

b) $f(x) = \dfrac{6x-2}{4x^2-1}$ Dom $f: \mathbb{R} - \{-1/2, 1/2\}$

AV $\lim_{x\to -1/2} \dfrac{6x-2}{4x^2-1} = \dfrac{-5}{0} = \pm\infty \rightarrow \boxed{x = -1/2}$

$\lim_{x\to 1/2} \dfrac{6x-2}{4x^2-1} = \dfrac{1}{0} = \pm\infty \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$

AH $\lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{6x-2}{4x^2-1} = 0 \rightarrow \boxed{y=0}$

AO No tiene porque hay AH

(4) a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{3x^2-5x}{4x} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \dfrac{\cancel{x}(3x-5)}{4\cancel{x}} = \lim_{x\to 0} \dfrac{3x-5}{4} = \dfrac{-5}{4}$

b) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2-x}-1}{x-1} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1} \dfrac{[\sqrt{2-x}-1][\sqrt{2-x}+1]}{(x-1)(\sqrt{2-x}+1)} = \lim_{x\to 1} \dfrac{2-x-1}{(x-1)(\sqrt{2-x}+1)}$

$= \lim_{x\to 1} \dfrac{1-x}{(x-1)(\sqrt{2-x}+1)} = \lim_{x\to 1} \dfrac{-1\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(\sqrt{2-x}+1)} = \lim_{x\to 1} \dfrac{-1}{\sqrt{2-x}+1} = -\dfrac{1}{2}$

c) $\lim_{x\to\infty} \left(\dfrac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}\right)^{x^2+7} = [1^\infty] = e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}-1\right](x^2+7)} =$

$= e^{\lim_{x\to\infty} \frac{-7x+7}{5x^2+4x-7}\cdot(x^2+7)} = e^{\lim_{x\to\infty} \frac{-7x^3+7x^2-49x+49}{5x^2+4x-7}} = e^{-\infty} = 0$

d) $\lim_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2-7}{x+3} - \dfrac{3x^2+5x}{2x-8}\right) = [\infty-\infty] = \lim_{x\to\infty} \dfrac{2x^3-8x^2-14x+56-3x^3-9x^2-5x^2-15x}{2x^2-8x+6x-24}$

$= \lim_{x\to\infty} \dfrac{-x^3-22x^2-29x+56}{2x^2-2x-24} = -\infty$

e) $\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}\right) = [\infty-\infty] = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{[\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}][\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}]}{[\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}]} =$

$= \lim_{x\to\infty} \dfrac{\cancel{x^2}+x-\cancel{x^2}+x}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}} = \lim_{x\to\infty} \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}} = \dfrac{2}{2} = 1$

(5) $A(t) = \dfrac{20t+12}{2t+3}$

a) $A(0) = \dfrac{12}{3} = 4 \rightarrow$ 4000 líneas

$A(6) = \dfrac{20\cdot 6+12}{2\cdot 6+3} = \dfrac{120+12}{15} = \dfrac{132}{15} = 8{,}8 \rightarrow$ 8800 líneas

b) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{20t+12}{2t+3} = 10 \rightarrow$ 10000 líneas. Se estabilizará

CONTROL TEMA 9 1º BACH A

1. Estudia la continuidad de la siguiente función y explica las discontinuidades $f(x) = \begin{cases} \frac{-1-2x}{x+1} & si\ x < -1 \\ x^2 & si\ -1 \leq x \leq 3 \\ \frac{-2}{x-2} & si\ > 3 \end{cases}$

2. Averiguar a, b para que la función f(x) sea continua: $f(x) = \begin{cases} \frac{x-b}{2x+3} & si\ x \leq 0 \\ \frac{x-1}{5x-3} & si\ 0 < x < 1 \\ \frac{x^2-a}{x-5} & si\ \ x \geq 1 \end{cases}$

3.Calcula todas las asíntotas de las siguientes funciones: (2 puntos)

a) $\frac{4x^3-7x^2+3x}{3x^2-12}$ $\qquad$ $b.\ f(x) = \frac{-4x-3}{4x^2-9}$

4. Calcula los siguientes límites (5 puntos)

$a.\ \lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{5x^2-7x-6}$ $\quad$ $b.\ \lim_{x \to 3} \frac{2-\sqrt{7-x}}{3-x}$ $\quad$ $c.\ \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{9x^2-5x+1}{9x^2-3x-4}\right)^{\frac{3x^2+1}{x-2}}$ $\quad$ $d.\ \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2+3}{x-1} - \frac{4x^2-5x}{x+1}\right)$ $\quad$ $e.\ \lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{16x^2 - 4x + 1} - 3x\right)$

5. Una fotocopiadora es capaz de fotocopiar 50 páginas por minuto, por término medio, cuando es nueva, pero con el paso de los años disminuye el número de fotocopias que hace según la siguiente función:

$$N(t) = \begin{cases} 50 - 1{,}5\,t & si\ 0\ \leq t \leq 4 \\ \dfrac{12t + 172}{t+1} & si\ t > 4 \end{cases}$$

a. Estudia la continuidad de la función.
b. ¿Cuántas fotocopias por minuto, por término medio, es capaz de hacer el 6º año de funcionamiento?
c. Por muy antigua que sea la fotocopiadora, ¿cuántas fotocopias por minuto, por término medio, podrá hacer?

TEMA 9 1º A (2)

① $f(x)=\begin{cases} \dfrac{-1-2x}{x+1} & \text{si } x<-1 \\ x^2 & \text{si } -1\le x\le 3 \\ \dfrac{-2}{x-2} & \text{si } x>3 \end{cases}$

Cont. porque $-1 \notin$ Intervalo de def.

Cont. por ser polinómica

Cont. pq $2 \notin$ Intervalo de def.

En $x=-1$

$f(-1)=(-1)^2=1$

$\lim_{x\to -1^-} \frac{-1-2x}{x+1} = \frac{1}{0} = \pm\infty$

$\lim_{x\to -1^+} x^2 = 1$

Disc. inevitable de salto infinito

En $x=3$

$f(3)=9$

$\lim_{x\to 3^-} x^2 = 9$

$\lim_{x\to 3^+} \frac{-2}{x-2} = \frac{-2}{1} = -2$

Disc. inevitable de salto finito.

② $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-b}{2x+3} & \text{si } x\le 0 \\ \dfrac{x-1}{5x-3} & \text{si } 0<x<1 \\ \dfrac{x^2-a}{x-5} & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$

Disc. evitable en $x=-\frac{3}{2}$

Disc evitable en $x=\frac{3}{5}$

Disc. evitable en $x=5$

En $x=0$

$f(0)=\frac{-b}{3}$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{x-b}{2x+3} = -\frac{b}{3}$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{x-1}{5x-3} = \frac{1}{3}$

$-\frac{b}{3}=\frac{1}{3}$

$\boxed{b=-1}$

En $x=1$

$f(1)=\frac{1-a}{-4}$

$\lim_{x\to 1^-} \frac{x-1}{5x-3} = \frac{0}{2}=0$

$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-a}{x-5} = \frac{1-a}{-4}$

$\frac{1-a}{-4}=0$

$\boxed{a=1}$

③ a) $f(x)=\frac{4x^3-7x^2+3x}{3x^2-12}$

$3x^2-12=0 \to x^2=4 \to x=\pm 2$ Dom $\mathbb{R}-\{2,-2\}$

AV $\lim_{x\to 2} \frac{4x^3-7x^2+3x}{3x^2-12} = \frac{10}{0} = \pm\infty \to \boxed{x=2}$

$\lim_{x\to -2} \frac{4x^3-7x^2+3x}{3x^2-12} = \frac{-66}{0} = \pm\infty \to \boxed{x=-2}$

AH $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{4x^3-7x^2+3x}{3x^2-12} = \pm\infty$ ∄

AO $m=\lim_{x\to\pm\infty} \frac{4x^3-7x^2+3x}{3x^3-12x} = \frac{4}{3}$

$n=\lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{4x^3-7x^2+3x}{3x^2-12} - \frac{4}{3}x\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\cancel{12x^3}-21x^2+9x-\cancel{12x^3}+48x}{3(3x^2-12)} =$

$= \frac{-21}{9} = -\frac{7}{3}$

$\boxed{y=\frac{4}{3}x-\frac{7}{3}}$

b) $f(x) = \frac{-4x-3}{4x^2-9}$ $4x^2-9=0 \rightarrow x = \pm\frac{3}{2}$

AV $\lim_{x\to+\frac{3}{2}} \frac{-4x-3}{4x^2-9} = \frac{-9}{0} = \pm\infty \rightarrow x=\frac{3}{2}$

$\lim_{x\to-\frac{3}{2}} \frac{-4x-3}{4x^2-9} = \frac{3}{0} = \pm\infty \rightarrow x=-\frac{3}{2}$

·AH $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{-4x-3}{4x^2-9} = 0 \rightarrow y=0$

AO No hay porque hay AH.

(4) a) $\lim_{x\to2} \frac{x^2-4}{5x^2-7x-6} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to2} \frac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(5x+3)} = \frac{4}{13}$

b) $\lim_{x\to3} \frac{2-\sqrt{7-x}}{3-x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to3} \frac{[2-\sqrt{7-x}][2+\sqrt{7-x}]}{(3-x)[2+\sqrt{7-x}]} = \lim_{x\to3} \frac{4-(7-x)}{(3-x)[2+\sqrt{7-x}]} =$

$= \lim_{x\to3} \frac{(-3+x)}{(3-x)[2+\sqrt{7-x}]} = \lim_{x\to3} \frac{-1}{2+\sqrt{7-x}} = -\frac{1}{4}$

c) $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{9x^2-5x+1}{9x^2-3x-4}\right)^{\frac{3x^2+1}{x-2}} = [1^\infty] = e^{\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{9x^2-5x+1-9x^2+3x+4}{9x^2-3x-4}\right]\cdot\frac{3x^2+1}{x-2}} =$

$= e^{\lim_{x\to+\infty}\frac{(-2x+5)(3x^2+1)}{(9x^2-3x-4)(x-2)}} = e^{\lim_{x\to+\infty}\frac{-6x^3-2x+15x^2+5}{9x^3-18x^2-3x^2+6x-4x+8}} = e^{-6/9} = e^{-2/3}$

d) $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+3}{x-1} - \frac{4x^2-5x}{x+1}\right) = [\infty-\infty] = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^3+x^2+3x+3-4x^3+4x^2+5x^2-5x}{x^2-1} =$

$= \lim_{x\to+\infty} \frac{-3x^3+10x^2-2x+3}{x^2-1} = -\infty$

e) $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{16x^2-4x+1} - 3x = [\infty-\infty] = \lim_{x\to+\infty} \frac{16x^2-4x-1-9x^2}{\sqrt{16x^2-4x+1}+3x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{7x^2-4x-1}{\sqrt{16x^2-4x+1}+3x} =$

$= +\infty$

(5) a) $\lim_{x\to4^-} 50-1{,}5t = 50-6=44$

$\lim_{x\to4^+} \frac{12t+172}{t+1} = \frac{220}{5} = 44$ Disc. inevitable de salto punto Cont. ?

b) $N(6) = \frac{72-172}{5} = \frac{-100}{5} = -20$?

c) $\lim_{t\to+\infty} \frac{12t-172}{t+1} = 12$ fol.