CONTROL LÍMITES 1º BACHILLERATO B

1. Estudia la continuidad de la siguiente función: (1 Punto)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{5}{x-5} & si\ x\le 0\\ \sqrt{x+1} & si\quad 0<x\le 3\\ \frac{x-1}{2x-6} & si\ x>3\end{cases}$$

2. Averiguar a,b para que la función f(x) sea continua: (1 Punto)

$$f(x)=\begin{cases}2x^2+10+b & si\ x<2\\ x^2-3x+a & si\quad 2\le x\le 6\\ 5x-b & si\ x>6\end{cases}$$

3. Calcula todas las asíntotas de las siguientes funciones: (2 Puntos)
   a. $f(x)=\frac{3+x-x^2}{x^2-1}$
   b. $f(x)=\frac{x^2+x-2}{x-3}$
4. Calcula los siguientes límites:

a. $\lim\limits_{X\to\infty}\frac{X}{1-\sqrt{X+1}}$ b. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{7x^2-5x}{7x^2+2x-3}\right)^{\frac{x^2-5}{3x-8}}$ c. $\lim\limits_{x\to-2}\frac{x^2+7x+10}{6x^2+3x}$

d. $\lim\limits_{x\to4}\frac{2x-8}{\sqrt{x+5}-3}$ e. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2-5x}{2x+3}-\frac{x^2+7}{3x-5}\right)$

5. El precio en euros de x litros de aceite comprados en una almazara viene dado por la función:

$$P(x)=\begin{cases}3x & si\quad 0\le x\le 20\\ \sqrt{ax^2+2000} & si\ x>20\end{cases}$$

a) Determina el valor de la constante a para que la función P(x) sea continua.

b) Si se comprasen muchísimos litros de aceite, ¿A cuánto saldría aproximadamente el precio de cada litro? Tener en cuenta que la función es el precio para x litros.

CONTROL T.6 1°B (1) 2020-21

① $f(x)=\begin{cases} \frac{5}{x-5} & si\ x\leq 0 \\ \sqrt{x+1} & si\ 0<x\leq 3 \\ \frac{x-1}{2x-6} & si\ x>3 \end{cases}$

(1)

Cont por ser polinómica en su int. def. pq 5 ∉ Dom

$x+1\geq 0 \to$ Dom : $x\geq -1$ Cont.

Cont pq 3 ∉ Dom

En $x=0$

$f(0)=\frac{5}{-5}=-1$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{5}{x-5}=-1$

$\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x+1}=1$

Disc. inevitable de salto finito

En $x=3$

$f(3)=\sqrt{3+1}=2$

$\lim_{x\to 3^-} \sqrt{x+1}=2$

$\lim_{x\to 3^+} \frac{x-1}{2x-6}=\frac{2}{0}=\pm\infty$

Disc inevitable de salto infinito

② $f(x)=\begin{cases} 2x^2+10+b & si\ x<2 \\ x^2-3x+a & si\ 2\leq x\leq 6 \\ 5x-b & si\ x>6 \end{cases}$

(1)

Cont. por ser polinómicas en su intervalo de definición

En $x=2$

$f(2)=4-6+a=-2+a$

$\lim_{x\to 2^-} 2x^2+10+b=18+b$

$\lim_{x\to 2^+} x^2-3x+a=-2+a$

$18+b=-2+a$

$\boxed{a-b=20}$

En $x=6$

$f(6)=36-18+a$

$\lim_{x\to 6^-} x^2-3x+a=18+a$

$\lim_{x\to 6^+} 5x-b=30-b$

$18+a=30-b \to \boxed{a+b=12}$

$\left.\begin{array}{l} a-b=20 \\ a+b=12 \end{array}\right\} \ 2a=32 \to \boxed{a=16}$

$\boxed{b=-4}$

③ a) $f(x)=\frac{3+x-x^2}{x^2-1}$

(2)

Dom $\mathbb{R}-\{1,-1\}$

AV. $\lim_{x\to -1} \frac{3+x-x^2}{x^2-1}=\frac{-3}{0}=\pm\infty \to \boxed{x=-1}$

$\lim_{x\to 1} \frac{3+x-x^2}{x^2-1}=\frac{3}{0}=\pm\infty \to \boxed{x=1}$

AH $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{3+x-x^2}{x^2-1}=-1 \to \boxed{y=-1}$

AO no tiene porque hay AO

b) $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x-3}$ Dom: $\mathbb{R}-\{3\}$

AV $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2+x-2}{x-3} = \dfrac{10}{0} = \pm\infty \to \boxed{x=3}$

AH $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^2+x-2}{x-3} = \pm\infty$ No hay

AO $m=\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^2+x-2}{x^2-3x} = 1$ $n=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[\dfrac{x^2+x-2}{x-3}-x\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4x-2}{x-3}=4$

$\boxed{y=x+4}$

(4) a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x}{1-\sqrt{x+1}} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{\frac{1}{x}-\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}} = \dfrac{1}{0-0} = \pm\infty$

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{7x^2-5x}{7x^2+2x-3}\right)^{\frac{x^2-5}{3x-8}} = [1^\infty] = e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{7x^2-5x}{7x^2+2x-3}-1\right]\frac{x^2-5}{3x-8}} =$

$= e^{\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-7x+3}{7x^2+2x-3}\cdot\frac{x^2-5}{3x-8}} = e^{-7/21} = e^{-1/3}$

c) $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^2+7x+10}{6x^2+3x} = \dfrac{0}{18} = 0$

d) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{2x-8}{\sqrt{x+5}-3} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 4} \dfrac{2(x-4)\left[\sqrt{x+5}+3\right]}{x+5-9} = \lim\limits_{x\to 4} 2\left[\sqrt{x+5}+3\right] = 12$

e) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x^2-5x}{2x+3}-\dfrac{x^2+7}{3x-5}\right) = [\infty-\infty] = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{9x^3-15x^2-15x^2+25x-2x^3-3x^2-14x-21}{6x^2-10x-9x-15} =$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^3-33x^2+11x-21}{6x^2-19x-15} = +\infty$

(5) $P(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } 0\le x\le 20 \\ \sqrt{ax^2+2000} & \text{si } x>20 \end{cases}$

a) $\lim\limits_{x\to 20^-} 3x = 60$

$\lim\limits_{x\to 20^+} \sqrt{ax^2+2000} = \sqrt{400a+2000}$

$\sqrt{400a+2000} = 60$
$400a+2000 = 3600$
$400a = 1600 \to a = \dfrac{1600}{400} = 4$

Para que sea continua $a=4$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2+2000}}{x} = 2$ Saldrá a 2€ el litro.

CONTROL LÍMITES 1º BACHILLERATO B

1. Estudia la continuidad de la siguiente función, si hay discontinuidades di de qué tipo son. (1 PUNTOS)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x+1} & si\, x < -1 \\ 3x+1 & si - 1 \le x \le 2 \\ 2x-5 & si\ > 2 \end{cases}$$

2. Averiguar a,b para que la función f(x) sea continua (1 PUNTOS)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+b}{x-1} & si\, x \le 0 \\ \dfrac{4}{x-2} & si\ 0 < x < 1 \\ \dfrac{x^2+1}{ax} & si\ \ x \ge 1 \end{cases}$$

3. Calcula todas las asíntotas de las siguientes funciones: (2 PUNTOS)
   a. $f(x) = \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9}$ $\qquad$ $b.\, f(x) = \frac{6x-2}{4x^2-1}$

4. Calcula los siguientes límites: (5 PUNTOS)

$$a.\ \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x}-1}{x-1} \qquad b.\lim_{x\to 3} \frac{x^2+5}{x-3} \qquad c.\lim_{x\to\infty} \left(\frac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}\right)^{x^2+7}$$

$$d.\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2-7}{x+3} - \frac{3x^2+5x}{2x-8}\right) \qquad e.\lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}$$

5. Hacemos un estudio sobre la evolución del número de individuos, en miles, de una especie protegida de águila, durante los primeros años, y obtenemos la función: A(t)=$\frac{16t+12}{2t+3}$ siendo t el tiempo en años.
   a. ¿Cuántas águilas hay en este momento? ¿ y a los 8 años?
   b. Suponiendo que esta función continuará siendo válida a lo largo del tiempo, ¿se estabilizará la población de águila real? (1 PUNTO)

CONTROL TEMA 6 (2) 1ºB

(1) $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+1}{x+1} & \text{si } x<-1 \\ 3x+1 & \text{si } -1\leq x\leq 2 \\ 2x-5 & \text{si } x>2 \end{cases}$

Continua pq $-1 \notin$ Dom. de def.
Cont. por ser polinómica
Cont. por. ser polinómica.

En $x=-1$

$f(-1)=-2$

$\lim_{x\to -1^-} \frac{x^2+1}{x+1} = \frac{2}{0} = \pm\infty$

$\lim_{x\to -1^+} 3x+1 = -2$ //

Disc. inev. de salto infinito

En $x=2$

$f(2)=7$

$\lim_{x\to 2^-} 3x+1=7$ $\neq$

$\lim_{x\to 2^+} 2x-5=-1$

Disc. inev. salto f

(2) Cont. en su intervalo de definición

$f(x)=\begin{cases} \frac{3x+b}{x-1} & \text{si } x\leq 0 \\ \frac{4}{x-2} & \text{si } 0<x<1 \\ \frac{x^2+1}{ax} & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$

$1 \notin$ Dom de definición → Continua
$2 \notin$ Dom. de definición → Continua
$0 \notin$ Dom. de definición → Continua.

En $x=0$

$f(0)=\frac{b}{-1}=-b$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{3x+b}{x-1} = -b$
||
$\lim_{x\to 0^+} \frac{4}{x-2} = -2$

$-b=-2 \to \boxed{b=2}$

En $x=1$

$f(1)=\frac{x^2+1}{ax}=\frac{2}{a}$

$\lim_{x\to 1^-} \frac{4}{x-2} = \frac{4}{-1} = -4$
//
$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+1}{ax} = \frac{2}{a}$

$\frac{2}{a}=-4 \to \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

Si $a=-1/2$ y $b=2$ la función es continua.

(3) a) $f(x)=\frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9}$ Dom f: $\mathbb{R}-\{-3,3\}$

AV $\lim_{x\to -3} \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} = \pm\infty \to \boxed{x=-3}$

$\lim_{x\to 3} \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} = \pm\infty \to \boxed{x=3}$

AH $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ No tiene

AO $m=\lim_{x\to\pm\infty} \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^3-9x} = 4$

$n=\lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9}-4x\right]=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-7x^2+40x}{x^2-9}=-7$

b) $f(x)=\frac{6x-2}{4x^2-1}$ Dom f: $\mathbb{R}-\{-1/2, 1/2\}$

AV $\lim_{x\to -1/2} f(x)=\pm\infty \to \boxed{x=-1/2}$

$\lim_{x\to 1/2} f(x)=\pm\infty \to \boxed{x=1/2}$

AH $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=0 \to \boxed{y=0}$

AO No tiene porque hay AH

(4) a) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x}-1}{x-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{2-x-1}{(x-1)\left[\sqrt{2-x}+1\right]}=\lim_{x\to 1}\frac{1-x}{(x-1)\left[\sqrt{2-x}+1\right]}=$

$=\lim_{x\to 1}\frac{-\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\left[\sqrt{2-x}+1\right]}=\lim_{x\to 1}\frac{-1}{\sqrt{2-x}+1}=\frac{-1}{2}$

b) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2+5}{x-3}=\frac{14}{0}$ → $\lim_{x\to 3^-} f(x)=\frac{+}{-}=-\infty$; $\lim_{x\to 3^+} f(x)=\frac{+}{+}=+\infty$ $\nexists$ lim

c) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}\right)^{x^2+7}=\left[1^\infty\right]=e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}-1\right](x^2+7)}=$

$=e^{\lim_{x\to\infty}\frac{-7x+7}{5x^2+4x-7}\cdot(x^2+7)}=e^{-\infty}=0$

d) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-7}{x+3}-\frac{3x^2+5x}{2x-8}\right)=[\infty-\infty]=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-8x^2-14x+56-3x^3-9x^2-5x^2-15x}{2x^2-8x+6x-24}=$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{-x^3-22x^2-29x+56}{2x^2-2x-24}=-\infty$

e) $\lim_{x\to\infty}\left[\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}\right]=(\infty-\infty)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+x-x^2+x}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}}=$

$=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}}=\frac{2}{2}=1$

(5) $A(t)=\frac{16t+12}{2t+3}$

a) $A(0)=\frac{12}{3}=4$ 4000 águilas

$A(8)=\frac{16\cdot 8+12}{2\cdot 8+3}=\frac{140}{19}$

b) $\lim_{x\to+\infty}\frac{16t+12}{2t+3}=8$ Habrá una estabilización en 8000 águilas