ACTIVIDADES DE ÁLGEBRA EN SELECTIVIDAD

26 Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} m & -1 & 4 \\ 3 & m & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ donde $m \in \mathbb{R}$.

a) Determina para qué valores de m la matriz A es regular (inversible).

b) Para $m = 1$ resuelve el sistema de ecuaciones lineales:

$AX = B$, con $B = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

c) Calcula $C - A^{-1}B$, siendo $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ y B definida en el apartado anterior.

Indicación: no se necesita calcular A^{-1}.

(Cantabria. Junio 2007. Bloque 1. Opción B)

27 Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$:

a) Comprobar $\det(A^2) = (\det(A))^2$.

b) Estudiar si para cualquier matriz $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ de orden 2 se cumple que $\det(M^2) = (\det(M))^2$.

c) Encontrar la relación entre los elementos de las matrices M cuadradas de orden 2 que satisfacen $\det(M + I) = \det(M) + \det(I)$.

(Aragón. Septiembre 2007. Opción A. Cuestión+1.5 1)

28 Calcula el valor de t para que el determinante de la matriz

$A = \begin{pmatrix} t-1 & 1 & 0 \\ t-1 & t & 2 \\ t-1 & t & t+1 \end{pmatrix}$ valga 0.

(Navarra. Junio 2007. Grupo 1. Opción B)

29 Calcular el rango de la matriz A según los valores del parámetro a.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -4 & 2 \\ -3 & 4 & 6 & a \end{pmatrix}$$

(Murcia. Septiembre 2008. Bloque 1. Cuestión A)

30 Discute el rango de la matriz siguiente según los valores del parámetro k, $A = \begin{pmatrix} 1 & k & k^2 \\ 1 & k & k \\ 1 & k^2 & k^2 \end{pmatrix}$. Resuelve el sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ en el caso $k = -1$.

(Baleares. Junio 2007. Opción B. Cuestión 1)

31 Calcule, si es posible, la inversa de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(Murcia. Septiembre 2007. Bloque 1. Cuestión B)

32 a) Definición de matriz inversa de una matriz cuadrada.

b) Calcule la inversa de la matriz B.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(Murcia. Septiembre 2006. Bloque 1. Cuestión B)

33 Una matriz cuadrada es ortogonal si su inversa coincide con su traspuesta. Se pide:

a) Demostrar que una matriz de la forma $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, es ortogonal.

b) Calcular x e y de manera que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ sea ortogonal.

(Baleares. Septiembre 2005. Opción B. Cuestión 1)

34 Halla el valor de a que hace que la matriz

$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & a \end{pmatrix}$ no sea regular.

(Navarra. Junio 2006. Grupo 1. Opción B)

35 Dada la matriz $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 2 & a+1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, determínense los valores del número real a para los cuales existe la matriz inversa de P.

(Castilla y León. Septiembre 2006. Prueba B. Cuestión 2)

36 Hallar para qué valores de a es inversible la matriz

$A = \begin{pmatrix} a & 4+3a \\ 1 & a \end{pmatrix}$ y calcular la inversa para $a = 0$.

(Castilla y León. Junio 2007. Prueba A. Cuestión 1)

37 Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, halla su inversa y úsala para encontrar la matriz X que cumple $AXA = I_2$.

(Navarra. Junio 2008. Grupo 1. Opción B)

38 Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ k & 2 \end{pmatrix}$$

Se pide:

a) Razonar para qué valores de k la matriz B^tA^t tiene inversa.

b) Resolver la ecuación $(AB)^tX = I$, para $k = 0$, siendo I la matriz identidad.

(Canarias. Junio 2008. Bloque 3. Opción B)