

- 14 Si la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$  tiene determinante  $k$ ,

¿cuáles son los valores de los siguientes determinantes?

a)  $\begin{vmatrix} d & 2e & f \\ a & 2b & c \\ g & 2h & i \end{vmatrix}$                       b)  $\begin{vmatrix} a+b & b & 2c \\ d+e & e & 2f \\ g+h & h & 2i \end{vmatrix}$

(Asturias. Septiembre 2005. Bloque 2)

- 15 Si la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$  tiene su determinante igual a  $n$ ,

averigua, utilizando las propiedades de los determinantes, el valor del determinante de las matrices siguientes:

$B = \begin{pmatrix} 6d & 4e & 2f \\ 3g & 2h & i \\ 9a & 6b & 3c \end{pmatrix}$                        $C = \begin{pmatrix} d+f & e & f+e \\ a+c & b & c+b \\ g+i & h & i+h \end{pmatrix}$

(Castilla-La Mancha. Junio 2005. Bloque 3. Pregunta B)

- 16 La matriz cuadrada  $B$  es el resultado de efectuar en la matriz cuadrada  $A$  las transformaciones que se describen a continuación. Primero se cambian entre sí la fila segunda y la tercera. Luego se multiplica por 2 la segunda columna. Finalmente se suma a la primera fila la segunda fila multiplicada por 5 más la cuarta fila multiplicada por 3. Si se sabe que el determinante de la matriz  $A$  vale 5, calcular razonadamente el determinante de la matriz  $B$ .

(País Vasco. Julio 2006. Bloque A. Cuestión A)

- 17 Sea  $A$  una matriz  $2 \times 2$  de columnas  $C_1, C_2$  y determinante 4. Sea  $B$  otra matriz  $2 \times 2$  de determinante 2. Si  $C$  es la matriz de columnas  $C_1 + C_2$  y  $3C_2$ , calcúlese el determinante de la matriz  $B \cdot C^{-1}$ .

(Castilla y León. Junio 2005. Prueba A. Cuestión 1)

- 18 a) Sean  $F_1, F_2$  y  $F_3$  las filas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz cuadrada  $M$  de orden 3, con  $\det(M) = -2$ . Calcula el valor del determinante de la matriz que tiene por filas  $F_1 - F_2, 2F_1$  y  $F_2 + F_3$ .

- b) Dada la matriz  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , halla dos matrices  $X$  e  $Y$  que verifiquen:

$$\begin{cases} X + Y^{-1} = C \\ X - Y^{-1} = C^t \end{cases}$$

siendo  $C^t$  la matriz traspuesta de  $C$ .

(Galicia. Junio 2007. Bloque 1. Opción 1)

- 19 Resuelve las siguientes ecuaciones en la variable  $x$ .

a)  $\begin{vmatrix} 0 & 1 & x \\ x & x & 1 \\ -x & 1 & x \end{vmatrix} = 0$                       b)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x^2 \end{vmatrix} = 0$

(Asturias. Junio 2005. Bloque 1)

- 20 Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} a^2 & ab & ab \\ ab & a^2 & b^2 \\ ab & b^2 & a^2 \end{pmatrix}$ .

- a) Sin utilizar la regla de Sarrus, calcular el determinante de dicha matriz.

- b) Estudiar el rango de  $A$  en el caso en que  $b = -a$ .

(Aragón. Junio 2006. Opción B. Cuestión 1)

- 21 Halle todas las matrices  $A = (a_{ij})$  cuadradas de orden tres, tales que  $a_{21} = a_{32} = 0$  y  $A + A^t = 4I$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden tres y  $A^t$  la matriz traspuesta de  $A$ , además se sabe que su determinante vale 10.

(Galicia. Junio 2005. Bloque 1. Pregunta 1)

- 22 Se considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Razona por qué es  $|BA| = 0$  para cualquier matriz  $B$  de tamaño  $3 \times 2$ . Encuentra una matriz  $B$  de tamaño  $3 \times 2$  que cumpla  $|AB| = 1$ .

(Navarra. Junio 2005. Grupo 1. Opción B)

- 23 Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Determinense los valores de  $m$

para los cuales  $A + mI$  no es inversible (donde  $I$  denota la matriz identidad).

(Castilla y León. Septiembre 2005. Prueba B. Cuestión 2)

- 24 Dadas las matrices:

$$B(x) = \begin{pmatrix} x+2 & 4 & 6 \\ 2x+3 & 3 & 6 \\ 4x+4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$C(y) = \begin{pmatrix} 3y+5 & 7 & 12 \\ 2y+3 & 3 & 6 \\ 3y+4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) Calcular el determinante de la matriz  $3B(x)$  y obtener el valor de  $x$  para el que dicho determinante valga 162.  
b) Demostrar que la matriz  $C(y)$  no tiene inversa para ningún valor real de  $y$ .

(C. Valenciana. Junio 2007. Bloque 1. Problema 1)

- 25  $A$  es una matriz  $3 \times 3$  tal que  $A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

y  $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ . Se pide:

- a) Calcular el determinante de la matriz  $A^3$  y la matriz inversa de  $A^3$ .  
b) Calcular la matriz fila  $X = (x \ y \ z)$  que es solución de la ecuación matricial  $XA^3 = BA^2$ , donde  $B$  es la matriz fila  $B = (1 \ 2 \ 3)$ .  
c) Calcular la matriz inversa de  $A$ .

(C. Valenciana. Septiembre 2006. Ejercicio B. Problema 1)