

CONTROL TEMA DERIVADAS 1º BACHILLERATO

1. Calcula la derivada quinta de

a. $f(x) = 7x^7 - 5x^4 2x^2 + 9$

b. $f(x) = \text{sen}(-2x)$

2. Calcula las siguientes derivadas:

a. $f(x) = \text{sen}^2(\text{arc cos}(\sqrt{5x^2 - 2x}))$

b. $f(x) = 7x^4 - 6x + 3 \text{ tg}(\ln(7x - 5))$

c. $f(x) = \frac{\log_6(3x-8)}{\text{arc cos}(e^{8x^2-4x+7}) \cdot \text{sen}(5x^2-7x)}$

d. $f(x) = \frac{\cos(6x^2-9x)\ln(5x^3)}{\cos(\log_7(2x^2-8))}$

e. $f(x) = \ln^7(\text{arc tg} \sqrt[4]{5x+9})$

3. Halla los valores a y b para que la función sea continua y derivable:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & \text{si } x \leq 3 \\ 2bx - 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

4. Estudia la continuidad y derivabilidad de la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5x}{x-2} & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \sqrt{x^2} - 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

TEMA DERIVADAS

① a) $f(x) = 7x^7 - 5x^4 - 2x^2 + 9$
 $f'(x) = 49x^6 - 20x^3 - 4x$
 $f''(x) = 294x^5 - 60x^2 - 4$
 $f'''(x) = 1470x^4 - 120x$
 $f^{IV}(x) = 5880x^3 - 120$
 $f^V(x) = 17640x^2$

b) $f(x) = \text{sen}(-2x)$
 $f'(x) = (-2) \cos(-2x)$
 $f''(x) = -(4) \text{sen}(-2x)$
 $f'''(x) = 8 \cos(-2x)$
 $f^{IV}(x) = +16 \text{sen}(-2x)$
 $f^V(x) = -32 \cos(-2x)$

② a) $f'(x) = 2 \cdot \text{sen}(\arccos \sqrt{5x^2 - 2x}) \cdot \cos(\arccos \sqrt{5x^2 - 2x}) \cdot \frac{-1}{\sqrt{1 - (\sqrt{5x^2 - 2x})^2}} \cdot \frac{10x - 2}{2\sqrt{5x^2 - 2x}}$

b) $f'(x) = 7^{x^4 - 6x + 3} \cdot \ln 7 \cdot (4x^3 - 6) \cdot \text{tg}(\ln(7x - 5)) + 7^{x^4 - 6x + 3} \cdot \sec^2(\ln(7x - 5)) \cdot \frac{7}{7x - 5}$

c) $f'(x) = \frac{3}{3x - 8} \cdot \frac{1}{\ln 6} \cdot \arccos(e^{8x^2 - 4x + 7}) \cdot \text{sen}(5x^2 - 7x) - \frac{\left[\arccos(e^{8x^2 - 4x + 7}) \cdot \text{sen}(5x^2 - 7x) \right]^2}{\left[\frac{e^{8x^2 - 4x + 7} \cdot (16x - 4) \cdot \text{sen}(5x^2 - 7x) + \arccos(e^{8x^2 - 4x + 7}) \cdot [\cos(5x^2 - 7x)] \cdot (10x - 7)}{\sqrt{1 - (e^{8x^2 - 4x + 7})^2}} \right]^2} \cdot \log_6(3x - 8)$

d) $f'(x) = \frac{\left[-\text{sen}(6x^2 - 9x) \cdot (12x - 9) \cdot \ln(5^{x^3}) + \cos(6x^2 - 9x) \cdot \frac{3x^2 \cdot \ln 5}{5x^3} \right] \cdot \cos(\log_7(2x^2 - 8))}{\left[\cos(6x^2 - 9x) \cdot (\ln 5^{x^3}) \cdot (-\text{sen}(\log_7(2x^2 - 8))) \cdot \frac{4x}{2x^2 - 8} \cdot \frac{1}{\ln 7} \right] \cdot \cos(\log_7(2x^2 - 8))} \cdot \cos(\log_7(2x^2 - 8))$

e) $f'(x) = 7 \ln^6(\arctg \sqrt[4]{5x + 9}) \cdot \frac{1}{\arctg \sqrt[4]{5x + 9}} \cdot \frac{1}{1 + (\sqrt[4]{5x + 9})^2} \cdot \frac{5}{9 \sqrt[4]{5x + 9}^3}$

$$(3) f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & \text{si } x \leq 3 \\ 2bx - 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Cont. por ser polinómicas.
Derivables

$$\rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2ax + b & \text{si } x \leq 3 \\ 2b & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$f(3) = 9a + 3b - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} ax^2 + bx - 1 = 9a + 3b - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} 2bx - 2 = 6b - 2$$

$$\begin{cases} 9a + 3b - 1 = 6b - 2 \\ 9a - 3b = -1 \end{cases}$$

$$f'(3^-) = 6a + b$$

$$f'(3^+) = 2b$$

$$\begin{cases} 6a + b = 2b \\ 6a - b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a - 3b = -1 \\ 6a - b = 0 \end{cases} \rightarrow a = \frac{1}{9}, b = \frac{2}{3}$$

$$(4) f(x) = \begin{cases} \frac{5x}{x-2} & \text{si } x \leq 0 & \text{Cont. porque } 2 \notin \text{Int. de definición.} \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } 0 < x \leq 2 & \text{Cont. por ser polinómica} \\ \sqrt{x^2} - 5 & \text{si } x > 2 & \text{Cont porque } x \geq 0 \end{cases}$$

CONTINUIDAD
En $x=0$

$$f(0) = \frac{0}{-2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5x}{x-2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 - 3x + 2 = 2$$

Disc. inevitable de salto finito en $x=0$

En $x=2$

$$f(2) = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x^2} - 5 = -3$$

Disc. inevitable de salto finito en $x=2$

DERIVABILIDAD

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{5(x-2) - 5x}{(x-2)^2} = \frac{-10}{(x-2)^2} & \text{si } x \leq 0 \\ 2x - 3 & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \frac{2x}{2\sqrt{x^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2}} = 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

En $x=0$

$$f'(0^-) = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2}$$

$$f'(0^+) = 2x - 3 = -3$$

No derivable en $x=0$

En $x=2$

$$f'(2^-) = 4 - 3 = 1$$

$$f'(2^+) = 1$$

Derivable en $x=2$

TEMA DERIVADAS. 1º BACHILLERATO

1. Calcula la derivada quinta de

a. $f(x) = 6x^7 - 4x^5 + 3x^2 - 7$

b. $f(x) = \cos(-3x)$

2. Calcula las siguientes derivadas:

a. $f(x) = \cos^3(\arcsen(\sqrt{4x^2 + 2x}))$

b. $f(x) = 8^{x^4 - 5x + 2} \operatorname{tg}(\ln(9x - 3))$

c. $f(x) = \frac{\log_7(2x-5)}{\arcsen(e^{9x^2-5x+7}) \cdot \cos(x^2-3x)}$

d. $f(x) = \frac{\operatorname{tg}(3x^2-7x)\ln(2^{x^3})}{\operatorname{sen}(\log_5(8x^2-9))}$

e. $f(x) = \ln^5(\arcsen \operatorname{tg} \sqrt[3]{3x+5})$

3. Halla los valores a y b para que la función sea continua y derivable:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 2bx - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

4. Estudia la continuidad y derivabilidad de la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5x}{x-2} & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ \sqrt{x^2} - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

TEMA DERIVADAS

① a) $f(x) = 6x^7 - 4x^5 + 3x^2 - 7$
 $f'(x) = 42x^6 - 20x^4 + 6x$
 $f''(x) = 252x^5 - 80x^3 + 6$
 $f'''(x) = 1260x^4 - 240x^2$
 $f^{IV}(x) = 5040x^3 - 480x$
 $f^V(x) = 15120x^2 - 480$

b) $f(x) = \cos(-3x)$
 $f'(x) = 3 \sin(-3x)$
 $f''(x) = -9 \cos(-3x)$
 $f'''(x) = -27 \sin(-3x)$
 $f^{IV}(x) = 81 \cos(-3x)$
 $f^V(x) = 243 \sin(-3x)$

② a) $f(x) = \cos^3(\arcsin \sqrt{4x^2+2x})$
 $f'(x) = 3 \cos^2(\arcsin \sqrt{4x^2+2x}) \cdot (-\sin(\arcsin \sqrt{4x^2+2x})) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{4x^2+2x})^2}} \cdot \frac{8x+2}{2\sqrt{4x^2+2x}}$

b) $f(x) = 8^{x^4-5x+2} \cdot \lg(\ln(9x-3))$
 $f'(x) = 8^{x^4-5x+2} \cdot (4x^3-5) \cdot \ln 8 \cdot \lg(\ln(9x-3)) + 8^{x^4-5x+2} \cdot \sec^2(\ln(9x-3)) \cdot \frac{9}{9x-3}$

c) $f'(x) = \frac{2}{2x-5} \cdot \frac{1}{\ln 7} \cdot \arcsin(e^{9x^2-5x+7}) \cdot \cos(x^2-3x) - \log_7(2x-5) \cdot \left[\frac{e^{9x^2-5x+7} \cdot (18x-5)}{\sqrt{1-(e^{9x^2-5x+7})^2}} \cdot \cos(x^2-3x) + \arcsin(e^{9x^2-5x+7}) \cdot (-\sin(x^2-3x)) \right] \cdot (2x-3)$
 $\left[\arcsin(e^{9x^2-5x+7}) \cos(x^2-3x) \right]^2$

d) $f'(x) = \left[\sec^2(3x^2-7x) \cdot (6x-7) \ln(2^{x^3}) + \lg(3x^2-7x) \cdot \frac{2^{x^3} \cdot 3x^2 \cdot \ln 2}{2^{x^3}} \right] \cdot \sin(\log_5(8x^2-9)) - \left[\lg(3x^2-7x) \ln(2^{x^3}) \cdot \cos(\log_5(8x^2-9)) - \frac{16x}{8x^2-9} \cdot \frac{1}{\ln 5} \right]$

$\left[\sin(\log_5(8x^2-9)) \right]^2$

$$e) f'(x) = 5 \cdot \ln^4(\arctan \sqrt[3]{3x+5}) \cdot \frac{1}{\arctan \sqrt[3]{3x+5}} \cdot \frac{1}{1 + [\sqrt[3]{3x+5}]^2} \cdot \frac{3}{3 \sqrt[3]{(3x+5)^2}}$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 2bx - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Cont. por ser polinomial

Derivables

$$\rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2ax + b & \text{si } x \leq 2 \\ 2b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

En $x=2$

$$f(2) = 4a + 2b - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} ax^2 + bx - 1 = 4a + 2b - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} 2bx - 2 = 4b - 2$$

$$4a + 2b - 1 = 4b - 2$$

$$\boxed{4a - 2b = -1}$$

$$\begin{cases} 4a - 2b = -1 \\ 4a - b = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} a = \frac{1}{4} \\ b = 1 \end{matrix}$$

En $x=2$

$$f'(2^-) = 4a + b$$

$$f'(2^+) = 2b$$

$$4a + b = 2b$$

$$\boxed{4a - b = 0}$$

$$(4) f(x) = \begin{cases} \frac{5x}{x-2} & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ \sqrt{x^2 - 5} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Cont. por 2 \neq Intervalos de definición

Cont. por ser polinomial

Cont. porque $x \geq 0$

En $x=-1$

$$f(-1) = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{5x}{x-2} = \frac{5}{3} \quad \times$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} x^2 - 3x + 2 = 6$$

Disc. inevitable de salto finito

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{5(x-2) - 5x}{(x-2)^2} = \frac{-10}{(x-2)^2} & \text{si } x \leq -1 \\ 2x - 3 & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ \frac{2x}{2\sqrt{x^2}} = 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

En $x=-1$

$$f'(-1) = \frac{-10}{9} \quad \#$$

$$f'(-1^+) = -5$$

No es derivable en $x=-1$

En $x=3$

$$f(3) = 9 - 9 + 2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} x^2 - 3x + 2 = 2$$

$$x \rightarrow 3^- \quad \#$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{x^2 - 5} - 5 = -2$$

Disc. inevitable de salto finito

En $x=3$

$$f'(3^-) = 3$$

$$f'(3^+) = 1 \quad \#$$

No es derivable en $x=3$