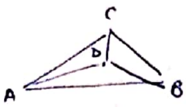
TEMA 4. 2º BACHILLERATO A

1. Calcula el área y el volumen del tetraedro de vértices A(-2,6,-3), B(-4,1,-2), C(-3,0,-4), D(6,-3,-2)
2. Dados los vectores $\vec{u} = (-6,2,-3)$, $\vec{v} = (-4,0,3)$. Calcula:
    a. Los módulos de $\vec{u}$ y $\vec{v}$
    b. El producto escalar y vectorial de esos dos vectores
    c. El ángulo que forman y La proyección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$
    d. El valor de m para que el vector (-4,m,2) sea ortogonal a $\vec{u}$
    e. Un vector unitario ortogonal a $\vec{u}$ y $\vec{v}$
    f. El área del paralelogramo que tiene por lados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$
3. Halla un vector $\vec{v}$ coplanario con $\vec{a} = (3,-2,-1)$, $\vec{b} = (-1,1,-2)$ y que sea ortogonal a $\vec{c} = (-2,1,-1)$
4. El volumen de un tetraedro es de20 unidades cúbicas. Si tres de sus vértices se encuentran en los siguientes puntos A(3,1,-2), B(-2,2,5) y C(1,0,-2) halla las coordenadas del vértice D sabiendo que está en el eje Z.
5. Dos vértices consecutivos de un paralelogramos son A(1,-1,-2) y B(4,-2,3). SI el centro del paralelogramo es E(2,0,-1) se pide:
    a. Las coordenadas de los otros vértices.
    b. La longitud de las diagonales
    c. El área del paralelogramo

TEMA 4. 2º Bach A 2021-22

(1) A(-2, 6, -3)
B(-4, 1, -2)
C(-3, 0, -4)
D(6, -3, -2)



$\vec{AB}(-2,-5,1)$
$\vec{AC}(-1,-6,-1)$
$\vec{AD}(8,-9,1)$
$\vec{BC}(1,-1,-2)$
$\vec{BD}(10,-4,0)$

$A_1 = \frac{|\vec{AB}\times\vec{AC}|}{2} = \frac{|(11,-3,7)|}{2} = \frac{\sqrt{179}}{2}\ u^2$

$A_2 = \frac{|\vec{AB}\times\vec{AD}|}{2} = \frac{|(4,10,58)|}{2} = \frac{\sqrt{3480}}{2}\ u^2$

$A_3 = \frac{|\vec{AC}\times\vec{AD}|}{2} = \frac{|(-15,-7,57)|}{2} = \frac{\sqrt{3523}}{2}\ u^2$

$A_4 = \frac{|\vec{BC}\times\vec{BD}|}{2} = \frac{|(-8,-20,6)|}{2} = \frac{\sqrt{500}}{2}\ u^2$

$A_{TOTAL} = 77{,}04\ u^2$

$$V = \frac{|[\vec{AB},\vec{AC},\vec{AD}]|}{6} = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -5 & 1 \\ -1 & -6 & -1 \\ 8 & -9 & 1 \end{vmatrix}}{6} = \frac{(12+9+40)-(-48-18+5)}{6} = \frac{61+61}{6} = \frac{61}{3}u^3$$

(2) $\vec{u}(-6,2,-3)$, $\vec{v}(-4,0,3)$

a) $|\vec{u}| = \sqrt{(-6)^2+2^2+(-3)^2} = \sqrt{36+4+9} = \sqrt{49} = 7$

$|\vec{v}| = \sqrt{(-4)^2+0^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

b) $\vec{u}\cdot\vec{v} = (-6,2,-3)(-4,0,3) = 24+0-9 = 15$

$$\vec{u}\times\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -6 & 2 & -3 \\ -4 & 0 & 3 \end{vmatrix} = (6,30,8)$$

c) $\cos\alpha = \frac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} = \frac{15}{7\cdot 5} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7} \longrightarrow \alpha = 64{,}62°$

$\text{Proy}_{\vec{v}}\vec{u} = \frac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{v}|} = \frac{15}{5} = 3$

d) $(-4,m,2)(-6,2,-3) = 0$

$24+2m-6=0 \rightarrow 18+2m=0 \rightarrow m = -\frac{18}{2} = -9 \Rightarrow m=-9$

e) $\vec{w}(6,30,8) \rightarrow |\vec{w}| = \sqrt{1000}$

Unitario $\left(\frac{6}{\sqrt{1000}}, \frac{30}{\sqrt{1000}}, \frac{8}{\sqrt{1000}}\right)$

f) Área $= |\vec{u}\times\vec{v}| = |(6,30,8)| = \sqrt{1000}\ u^2$.

(3) $\vec{v}(a,b,c)$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ 3 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 5a-(-7)b+c=0 \rightarrow 5a+7b+c=0$$

$\vec{v}\cdot\vec{c}=0 \rightarrow (a,b,c)(-2,1,-1)=0 \rightarrow -2a+b-c=0$

$\left.\begin{array}{l} 5a+7b+c=0 \\ -2a+b-c=0 \end{array}\right\}$ $c=\lambda$ $\left.\begin{array}{l} 5a+7b=-\lambda \\ -2a+b=\lambda \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} 10a+14b=-2\lambda \\ -10a+5b=5\lambda \\ \hline 19b=3\lambda \end{array} \rightarrow b=\frac{3\lambda}{19}$

$5a+7\cdot\frac{3\lambda}{19}+\lambda=0$

$5a+\frac{21\lambda+19\lambda}{19}=0 \rightarrow a=-\frac{40\lambda}{19\cdot 5} = -\frac{40\lambda}{95}$

$a=-\frac{8\lambda}{19}$

Solución $\left(-\frac{8\lambda}{19}, \frac{3\lambda}{19}, \lambda\right)$

$\forall\lambda\in\mathbb{R}$

(4) $D(0,0,z)$ $\quad A(3,1,-2),\ B(-2,2,5)\quad C(1,0,-2)$

$\vec{AB} = (-5,1,7)$

$\vec{AC} = (-2,-1,0)$

$\vec{AD} = (-3,-1,z+2)$

$$V = \frac{\begin{vmatrix} -5 & 1 & 7 \\ -2 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & z+2 \end{vmatrix}}{6} = \frac{|5z+10+14-21+2z+4|}{6} = 20$$

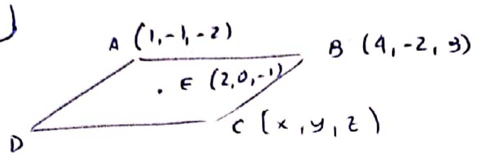
$$\frac{|7z+7|}{6} = 20 \rightarrow |7z+7| = 120$$

$$\rightarrow 7z+7 = 120 \rightarrow z = \frac{120-7}{7} = \frac{113}{7}$$

$$\hookrightarrow 7z+7 = -120 \rightarrow z = \frac{-127}{7}$$

$D_1\left(0,0,\frac{113}{7}\right)$; $D_2\left(0,0,\frac{-127}{7}\right)$

(5)



a) $PM(\overline{AC}) = E = (2,0,-1) = \left(\frac{1+x}{2}, \frac{-1+y}{2}, \frac{-2+z}{2}\right)$

$x = 3$
$y = 1$
$z = 0$ $\qquad C(3,1,0)$

$PM(\overline{BD}) = E = (2,0,-1) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{-2+y}{2}, \frac{3+z}{2}\right)$

$x = 0$
$y = 2$
$z = -5$ $\qquad D(0,2,-5)$

b) $|\vec{AC}| = |(2,2,2)| = \sqrt{4+4+4} = \sqrt{12}$ u

$|\vec{BD}| = |(-4,4,-8)| = \sqrt{16+16+64} = \sqrt{96}$ u

c) $A = |\vec{AD} \times \vec{AB}| = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & 5 \\ -1 & 3 & -3 \end{vmatrix} = |(-12,+4,8)| = 4\sqrt{14}\ u^2$