CONTROL DERIVADAS

1. a) $f(x) = 6x^7 - 4x^5 + 3x^2 - 7$

$f'(x) = 42x^6 - 20x^4 + 6x$

$f''(x) = 252x^5 - 80x^3 + 6$

$f'''(x) = 1260x^4 - 240x^2$

$f^{IV}(x) = 5040x^3 - 480x$

$f^{V}(x) = 15120x^2 - 480$

b) $f(x) = \cos(-3x)$

$f'(x) = -\text{sen}(-3x) \cdot (-3) = 3\,\text{sen}(-3x)$

$f''(x) = -9\cos(-3x)$

$f'''(x) = -27\,\text{sen}(-3x)$

$f^{IV}(x) = 81\cos(-3x)$

$f^{V}(x) = 243\,\text{sen}(-3x)$

2. a) $f(x) = \cos^4(\text{arc tg}(\sqrt{5x^2-6}))$

$f'(x) = 4\cos^3(\text{arc tg}(\sqrt{5x^2-6})) \cdot (-\text{sen}(\text{arc tg}(\sqrt{5x^2-6})) \cdot \frac{1}{1+(\sqrt{5x^2-6})^2} \cdot \frac{10x}{2\sqrt{5x^2-6}}$

b) $f(x) = 3^{x^4-5x+2}\,\text{sen}(\ln(7x+9))$

$f'(x) = 3^{x^4-5x+2} \cdot (4x^3-5) \cdot \ln 3 \cdot \text{sen}(\ln(7x+9)) + 3^{x^4-5x+2} \cdot \cos(\ln(7x+9)) \cdot \frac{1}{7x+9} \cdot 7$

c) $f(x) = \dfrac{\log_3(5x-7)}{\text{arc cos}(e^{9x^2-5x+7}) \cdot \text{tg}(x^2-3x)}$

$$f'(x) = \frac{\frac{5}{5x-7} \cdot \frac{1}{\ln 3} \cdot \text{arc cos}(e^{9x^2-5x+7}) \cdot \text{tg}(x^2-3x) - \log_3(5x-7) \cdot \left[\frac{-1}{\sqrt{1-(e^{9x^2-5x+7})^2}} \cdot e^{9x^2-5x+7} \cdot (18x-5) \cdot \text{tg}(x^2-3x) + \text{arc cos}(e^{9x^2-5x+7}) \cdot (1+\text{tg}^2(x^2-3x)) \cdot (2x-3)\right.}{\left[\text{arc cos}(e^{9x^2-5x+7}) \cdot \text{tg}(x^2-3x)\right]^2}$$

3. $f(x) = \begin{cases} ax^2+bx-1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2bx-2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

$f'(x) = \begin{cases} 2ax+b & \text{si } x \leq 1 \\ 2b & \text{si } x > 1 \end{cases}$

$f(1) = a+b-1$

$\lim_{x\to 1^-} f = a+b-1$ $\;\; || \;\;$ $\lim_{x\to 1^+} f = 2b-2$ $\quad \begin{cases} a+b-1 = 2b-2 \\ a-b = -1 \end{cases}$

$f'(1^-) = 2a+b$ $\;\; || \;\;$ $f'(1^+) = 2b$ $\quad \begin{cases} 2a+b = 2b \\ 2a-b = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} a-b = -1 \\ 2a-b = 0 \end{cases} \quad a = 1, \; b = 2$

④ $f(x)=x^3+ax^2+bx+c \rightarrow f'(x)=3x^2+2ax+b \rightarrow f''(x)=6x+2a$

Pasa por $(0,0) \rightarrow f(0)=0 \longrightarrow \boxed{c=0}$

Mínimo en $x=-3 \rightarrow f'(-3)=0 \longrightarrow 3(-3)^2+2a(-3)+b=0 \rightarrow \boxed{b=-45}$

Punto inflexión en $x=1 \rightarrow f''(1)=0 \longrightarrow 6.1+2a=0 \rightarrow \boxed{a=-3}$

⑤ $f(x)=2x^3+7x^2+2x-3$

$f'(x)=6x^2+14x+2=0$ $x_1=-0{,}15$, $x_2=-2{,}18$ $\Rightarrow$
$(-\infty;-2{,}18)$ $f'>0$ CREC
$(-2{,}18;-0{,}15)$ $f'<0$ DEC
$(-0{,}15;+\infty)$ $f'>0$ CREC

$f''(x)=12x+14=0 \rightarrow x=-\frac{14}{12}=-\frac{7}{6} \Rightarrow (-\infty,-\frac{7}{6})$ $f''<0$ $\cap$ Convexa
$(-\frac{7}{6},+\infty)$ $f''>0$ $\cup$ Cóncava

⑥ $f(x)=5x^2+7x-3$

a) $f'(x)=10x+7$

$f'(-1)=-3=m$
$f(-1)=5-7-3=-5=y_0$

$y+5=\frac{1}{3}(x+1)$ Recta normal.

$y=\frac{1}{3}x-\frac{14}{3}$

b) $f'(x)=0$ Porque es un recta tangente horizontal $m=0$

$10x+7=0 \rightarrow x=-\frac{7}{10}$

$f(-\frac{7}{10})=-\frac{109}{20}$ $y+\frac{109}{20}=0(x+\frac{7}{10}) \rightarrow y=-\frac{109}{20}$.

⑦ $x+y=20 \rightarrow y=20-x$

$f(x)=x^2(20-x)=20x^2-x^3$

$f'(x)=40x-3x^2=x(40-3x)=0$ $x=0 \rightarrow y=20$; $x=\frac{40}{3} \rightarrow y=20-\frac{40}{3}=\frac{20}{3}$

CONTROL DERIVADAS. 1º BACHILLERATO

1. Calcula la derivada quinta de
   a. $f(x) = 6x^7 - 4x^5 + 3x^2 - 7$
   b. $f(x) = cos\,(-3x)$
2. Calcula las siguientes derivadas:

a. $f(x) = cos^4(arc\,tg\,(\sqrt{5x^2 - 6}))$

b. $f(x) = 3^{x^4-5x+2}\,sen\,(\ln(7x+9))$

c. $f(x) = \frac{\log_3(5x-7)}{arc\cos(e^{9x^2-5x+7})\cdot tg(x^2-3x)}$

3. Halla los valores a y b para que la función sea continua y derivable:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & si\,x \leq 1 \\ 2bx - 2 & si\,x > 1 \end{cases}$$

4. Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ que pasa por el origen de coordenadas. Tiene un mínimo en x=-3 y un punto de inflexión en x=1
5. Calcula la monotonía y la curvatura de la función f(x)=$2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$
6. Dada la función $f(x) = 5x^2 + 7x - 3$, calcula la ecuación de la recta normal en x= -1. Calcula en qué puntos tiene una recta tangente horizontal y escribe estas ecuaciones.
7. Calcula dos números positivos que sumen 20 de forma que el producto de uno de ellos, por el cuadrado del otro sea máximo.